

Применение метода сбалансированной идентификации к восстановлению параметров быстрого нелокального переноса тепла в плазме магнитного термоядерного синтеза

А. В. Соколов, А. Б. Кукушкин, П. А. Сдвиженский, П. В. Минашин, А. И. Прун

Аннотация—Метод сбалансированной идентификации, который состоит в поиске оптимального (в смысле минимизации среднеквадратичной ошибки кросс-валидации) соотношения между сложностью модели и количеством и качеством (погрешностью) экспериментальных данных, использован для корректной постановки задачи восстановления параметров быстрого нелокального переноса тепла (БНПТ) в плазме в установках для магнитного термоядерного синтеза. Эти явления проявляются в мгновенном (в масштабе времени диффузии тепла, описываемой уравнением теплопроводности) отклике пространственного профиля электронной температуры на ее локальное возмущение. Метод сбалансированной идентификации был использован для идентификации параметров моделей БНПТ и для верификации самих моделей. Эти модели основаны на нелокальном переносе тепла электромагнитными (ЭМ) волнами с большой длиной свободного пробега, описываемом интегральными по пространству (супердиффузионными) уравнениями, несводимыми к дифференциальным уравнениям диффузионного типа. В частности, было показано, что БНПТ ЭМ волнами в плазме требует слишком высокой отражательной способности стенок вакуумной камеры для описания экспериментальных данных на токамаках и стеллараторах. Здесь дается краткий обзор предыдущих результатов и представлены последние результаты модели БНПТ, которая предполагает сильное внутреннее отражение волн в плазме и совместима с моделью «естественных кабелей» для переноса ТЕМ-волн вдоль магнитно-связанных каркасных наноструктур. Показано, что для супердиффузионных физических моделей БНПТ метод

сбалансированной идентификации является эффективным инструментом их верификации. Расчеты проведены на основе сервисов оптимизационного моделирования, развернутых в распределенной среде Эверест, (<http://everest.distcomp.org/>)

Ключевые слова—быстрый нелокальный перенос тепла, метод сбалансированной идентификации, супердиффузия, токамаки и стелларатор

I. ВВЕДЕНИЕ

Метод сбалансированной идентификации [1], [2], который состоит в поиске оптимального (в смысле минимизации среднеквадратичной ошибки кросс-валидации) соотношения между сложностью модели и количеством и качеством (погрешностью) экспериментальных данных, применялся к анализу различных явлений [3]–[6]. В настоящей работе этот метод использован для восстановления параметров быстрого нелокального переноса тепла (БНПТ) в плазме в установках для магнитного термоядерного синтеза. Эти явления проявляются в мгновенном (в масштабе времени диффузии тепла, описываемой уравнением теплопроводности) отклике пространственного профиля электронной температуры на ее локальное возмущение. Одним из самых интересных примеров БНПТ является необычное направление теплового потока, а именно, мгновенное (в указанном смысле) повышение температуры в центре плазмы в случае быстрого охлаждения периферии плазмы (т.н. «cold pulse» эксперименты на токамаках и стеллараторах) или обратный процесс — мгновенное понижение температуры в центре плазмы в случае быстрого нагрева периферии плазмы (подробнее см. обзоры [7]–[9]). Наиболее подробный обзор экспериментальных данных представлен в [9]. Значительное число накопленных свидетельств быстрого нелокального переноса в установках с магнитным удержанием (в первую очередь, аномального отклика в экспериментах cold pulse и близких к ним) и отсутствие надежной количественной интерпретации экспериментов cold pulse в рамках общепринятых моделей требуют дальнейшей диверсификации моделей переноса тепловых

Статья получена 13 января 2020. Данное исследование было частично поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (РФФИ), гранты № 18-07-01269-а, 18-07-01175-а.

А. В. Соколов – Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, Москва, Россия (e-mail: alexander.v.sokolov@gmail.com).

А. Б. Кукушкин – НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия; Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия; Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет), Долгопрудный, Россия (e-mail: Kukushkin_AB@nrcki.ru).

П. А. Сдвиженский – НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия (e-mail: Sdvizgenskij_PA@nrcki.ru).

П. В. Минашин – НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия (e-mail: Minashin_PV@nrcki.ru).

А. И. Прун – Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, Москва, Россия (e-mail: aiprun@isa.ru).

возмущений, чтобы определить возможные физические механизмы нелокальности переноса тепла и создать физическую базу для уменьшения доли феноменологии в нынешнем интегрированном моделировании плазмы в существующих установках для магнитного удержания термоядерной плазмы и в будущих термоядерных реакторах.

Одним из направлений таких поисковых работ являются попытки описания наблюдаемого аномального переноса тепла поперек сильному магнитному полю в замагниченной горячей плазме в рамках формализмов супердиффузии, состоящих в использовании интегральных по пространству уравнений переноса тепла с медленным спадом ядра и, соответственно, доминированием переносчиков энергии с большой длиной свободного пробега. Термин «аномальность» используется применительно к наблюдаемым данным потому, что им соответствует характерное время удержания тепла, значительно (примерно на полтора порядка величины) меньше, чем предсказывает существующая теория. В роли супердиффузионного переносчика тепла в замагниченной плазме рассматривались частицы и электромагнитные (ЭМ) волны. Модели переноса тепла частицами поперек сильного магнитного поля апеллировали к возможности таких нарушений магнитной конфигурации (напр., эффектам заплетенности, «лохматости» магнитного поля), которые позволяют частицам двигаться существенно быстрее поперек полю, чем в невозмущенном удерживающем магнитном поле. Такие исследования так и не дали физической модели, способной объяснить наблюдаемый аномальный перенос. Явления супердиффузии при переносе тепла ЭМ волнами изучаются давно, отметим здесь такие примеры: стационарный перенос тепла электронными/ионными бернштейновскими [10] и электронными циклотронными волнами [11], перенос возмущения температуры электронными бернштейновскими волнами [12], который оказалось возможным описывать с помощью уравнения Бибермана-Холстейна, известного из теории переноса возбуждения в спектральных линиях атомов/ионов (см. напр. [13]–[15] и применительно к термоядерной плазме [16]). Попытки объяснить «cold pulse» эксперименты с помощью переноса энергии известными ЭМ волнами в плазме пока к успеху не привели. В этом смысле поучителен пример [17] изучения возможности объяснить БНПТ переносом энергии альфвеновскими волнами. Авторам удалось дать количественное описание такого явления на различных установках, однако впоследствии они выяснили [18], что в результате математической неточности мощность источников этих волн в плазме была фактически завышена ими в $1/\beta$ раз, где β — отношение тепловой энергии плазмы к магнитной, являющееся, как известно, малой величиной (не более нескольких процентов). В такой версии результаты [17], [18] качественно согласуются с выводами [10], [12], [8] о том, что перенос тепла плазменными волнами не может

объяснить даже обычно наблюдаемый «аномальный» поток тепла в плазме, который, как уже сказано выше, значительно превышает поток, соответствующий теплопроводности замагниченной плазмы, но все же не имеет порой направления потока тепла, противоположного диффузии, как это наблюдается в «cold pulse» экспериментах.

В такой ситуации в литературе рождаются гипотезы о переносе пока неизвестными, т.е. пока не распознанными или слабо изученными, ЭМ волнами в плазме. Такой подход был предложен в [19], где неизвестные переносчики имели спектральный состав, близкий к таковому у электронных циклотронных волн в горячей плазме с сильным отражением волн от стенок вакуумной камеры (с такой интерпретацией подхода [19] согласились и авторы обзора [7]). В развитие [19] в [20], [21] была сформулирована обратная задача восстановления ядра интегрального уравнения, которая была решена в [22], [23]. Уравнения [22], [23] описывают нелокальный (супердиффузионный) перенос энергии, вызванный излучением и поглощением ЭМ волн с большой длиной свободного пробега и сильным отражением волн от стенок вакуумной камеры. При этом принадлежность переносчиков к ЭМ волнам в плазме состоит в том, что функции источника (т.е. плотности мощности испускания волн) и стока (т.е. коэффициента поглощения волн, что соответствует обратной длине свободного пробега волн в плазме) в уравнении переноса связаны законом Кирхгоффа, в котором температура относится к таковой у электронов плазмы, поскольку они, согласно предложенной модели, являются излучателями и поглотителями этих волн. Разработанная модель использовалась для интерпретации экспериментов типа «cold pulse» в стеллараторе LHD [24], [25] и токамаке TFTR [7], [26].

Последующий анализ модели [22], [23], разработанной для интерпретации начальной стадии БНПТ, был основан на подходе [19], [27] – [29]. Вариации спектральных характеристик испускания и поглощения волн показали, что нелокальный перенос ЭМ волнами требует слишком высокой отражательной способности стенок вакуумной камеры для описания экспериментальных данных. Другим стимулом модификации или поиска альтернатив модели [22], [23] является то, что резкое охлаждение периферии одним и тем же образом (инъекцией пеллет на периферии плазмы) в аналогичных (хотя и не полностью идентичных) разрядах не обязательно приводит к нагреву центральной плазмы, также возможно ее мгновенное охлаждение (см., например, данные экспериментов JET в токамаке, рис. 23, в [30]). Поэтому необходима модификация модели [22], [23], чтобы учесть обе вышеупомянутые проблемы и описать наиболее распространенную особенность наблюдаемых явлений БНПТ, а именно мгновенный отклик, в масштабе времени диффузии тепла, и его возможную зависимость от параметров, еще не идентифицированных в существующих транспортных моделях.

Следующим шагом на этом пути стал анализ другой модели [31], которая предполагает сильное внутреннее отражение волн в плазме и совместима с моделью «естественных кабелей» [32], [33] для переноса ТЕМ-волн вдоль магнитно-связанных каркасных наноструктур. Там была сформулирована и решена обратная задача восстановления источника и стока волн, а также внутренней отражательной способности, а также представлены предварительные результаты анализа экспериментальных данных токамаков JET и TFTR и стелларатора LHD.

В настоящей работе мы усовершенствовали модель [31], расширив свободу вариации двух параметров, ключевых для БНПТ, а именно функции источника и доли волнового механизма выхода энергии в полной мощности потерь энергии плазмой. Краткое изложение математической формулировки модели дано в разделе 2. Основные характеристики метода сбалансированной идентификации применительно к исследуемым физическим моделям БНПТ даны в разделе 3. Результаты применения метода сбалансированной идентификации к модели БНПТ раздела 3 представлены в разделе 4. Основные выводы, указывающие на эффективность верификации супердиффузионных физических моделей БНПТ методом сбалансированной идентификации, даны в разделе 5.

II. МОДИФИЦИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ БНПТ ЭМ ВОЛНАМИ С СИЛЬНЫМ ВНУТРЕННИМ ОТРАЖЕНИЕМ

Основная идея моделей БНПТ по обеим версиям, а именно в моделях [22], [23] и [31], состоит в том, что для быстрых процессов, в которых можно пренебречь переносом тепла диффузионными механизмами (даже общепринятой аномальной диффузией тепла), на небольшом интервале времени вблизи момента резкого изменения температуры на периферии плазменного шнура можно свести уравнение переноса тепла к учету только волнового механизма, изучая отклонения температуры в широкой центральной части шнура за счет изменения следующих параметров — пространственного профиля коэффициента поглощения, коэффициента отражения волн на границе плазмы, доли полной мощности нагрева плазмы, создающей источник ЭМ волн, ответственных за супердиффузионный перенос.

Физическая модель БНПТ ЭМ волнами с сильным внутренним отражением описана в [31] (см. там уравнения (1)-(10) в разделе 2). Как показал анализ предварительных результатов, частично представленных в [31], ограничение прямой конверсии мощности нагрева плазмы в мощность источника ЭМ волн определенным значением (в [31] – величиной 10-20% от полной мощности, см. (9) в [31]) не является физически обязательным и значительно сужает область возможных решений обратной задачи восстановления параметров рассматриваемой модели БНПТ. Поэтому в настоящей постановке задачи это ограничение отсутствует, а вместо него вводится ограничение на долю мощности энергии, выходящей из плазмы по «волновому» каналу

потерь энергии, и исследуется зависимость получаемых решений обратной задачи от этого ограничения (см. ниже уравнения (1)–(14)). Такое перераспределение ограничений на искомые ключевые параметры задачи при решении обратной задачи позволяет в ряде случаев уменьшить «невязку» левой и правой частей уравнения переноса тепла в рассматриваемых явлениях БНПТ и найти зависимость возможных решений от доли рассматриваемого механизма переноса в общем энергобалансе.

В окончательной формулировке математическая задача задается следующим образом:

Уравнения:

$$A_{bs}(r_m) \cdot (Isr(t) - Isr0) = P(r_m, t) \quad (1)$$

$$Isr(t) = 2 \cdot qme / \left(\sqrt{4 \cdot qme \cdot Fout(t) + Ame_{bs}^2} + Ame_{bs} \right), \quad (2)$$

$$Isr_0 = 2 \cdot qme / \left(\sqrt{4 \cdot qme \cdot Fout0 + Ame_{bs}^2} + Ame_{bs} \right), \quad (3)$$

$$Int_r_m = \frac{2}{r_{pp}^2} \int_0^{r_{max}} A_{bs}(r) \cdot r \cdot dr, \quad (4)$$

$$Ame_{bs} \geq Int_r_m (Frac_{min} + 1), \quad (5)$$

$$Ame_{bs} \leq Int_r_m (Frac_{max} + 1), \quad (6)$$

$$Ame_{bs}^2 (1 + Fout(t)) \leq qme, \quad (7)$$

$$Ame_{bs}^2 (1 + Fout0) \leq qme, \quad (8)$$

$$AbsGTr_m = (Ame_{bs} - Int_r_m) \cdot r_{pp}^2 / (r_{pp}^2 - r_{max}^2), \quad (9)$$

$$Fout(t) \cdot Isr(t)^2 \leq q_{max} (1 - Frac_{Abs}), \quad (10)$$

$$Frac_wave = qme / q_{max}, \quad (11)$$

$$qme \leq q_{max}, \quad (12)$$

$$Fout(t) \geq 0, 01; Fout(t) \leq 0, 2\pi, \quad (13)$$

$$Fout0 \geq 0, 01; Fout0 \leq 0, 2\pi. \quad (14)$$

Константы:

t_{inj} — момент времени начала резкого понижения температуры вследствие инъекции пеллет;

q_{max} — нормированная (на величину 1.6 кВт/м³) полная мощность нагрева плазмы;

$Frac_{min}$, $Frac_{max}$ — ограничители интервала для значений отношения вкладов интегрального поглощения волн центральной и периферийной плазмой;

$Frac_{Abs}$ — ограничитель на долю мощности выходящей энергии плазмы по волновому энергетическому каналу в полной мощности потерь энергии плазмой;

t_{int} — длина временного интервала моделирования;

r_{max} — граничное значение нормированного малого радиуса плазменного шнура для центральной плазмы;

r_{pp} — граничное значение нормированного малого радиуса плазменного шнура для подавляющей части плазмы, в которой рассматривается энергетический баланс волн в плазме.

Множества:

$$t \in [t_{inj}, t_{inj} + t_{int}]$$

$$r_m \in [0, r_{max}]$$

$$r_p \in [0, r_{pp}]$$

Неизвестные функции и (числовые) параметры:

(все, кроме P , предполагаются неотрицательными)

- $P(r_m, t)$
- $A_{bs}(r_m)$
- Ame_{bs}
- qme
- $Isr(t)$
- $Fout(t)$
- $Isr0$
- $Fout0$
- Int_r_m
- $AbsGTr_m$
- $Frac_wave$

III. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ И ЕЕ РЕШЕНИЕ МЕТОДОМ СБАЛАНСИРОВАННОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Пространство переменных рассматриваемой математической модели состоит из неизвестных функций и (числовых) параметров:

$$U = \{P(r_m, t), A_{bs}(r_m), Ame_{bs}, qme, Isr(t), Fout(t), Isr0, Fout0, Int_r_m, AbsGTr_m, Frac_wave\}.$$

Соотношения (1)–(14) определяют в пространстве переменных множество допустимых решений Q так, как это принято в задачах оптимизации (математического программирования):

$$U \in Q.$$

Очевидно, это множество достаточно «емкое» и для корректной постановки задачи выбора из него единственного элемента (решения) на основе использования обладающих ошибкой (неопределенностью) экспериментальных данных требуется регуляризация [34], например, путем задания специального критерия выбора решения.

A. Экспериментальные данные

Использованные первичные исходные данные отличаются большим разнообразием, связанным с различными системами регистрации различных установок и способами их представления. Собранные данные были оцифрованы и обработаны так, чтобы для всех рассматриваемых задач получить унифицированные наборы исходных данных:

$$\Omega: \{P_k, t_k, r_k\}, k \in K, K = 1 \dots k_{\max}, \quad (15)$$

состоящие из значений P_k в моменты времени t_k на расстоянии r_k . Будем называть такие наборы множеством измерений. Построенные на основе множеств измерений графики (линии уровней) для данных с различных установок приведены на рис. 1.

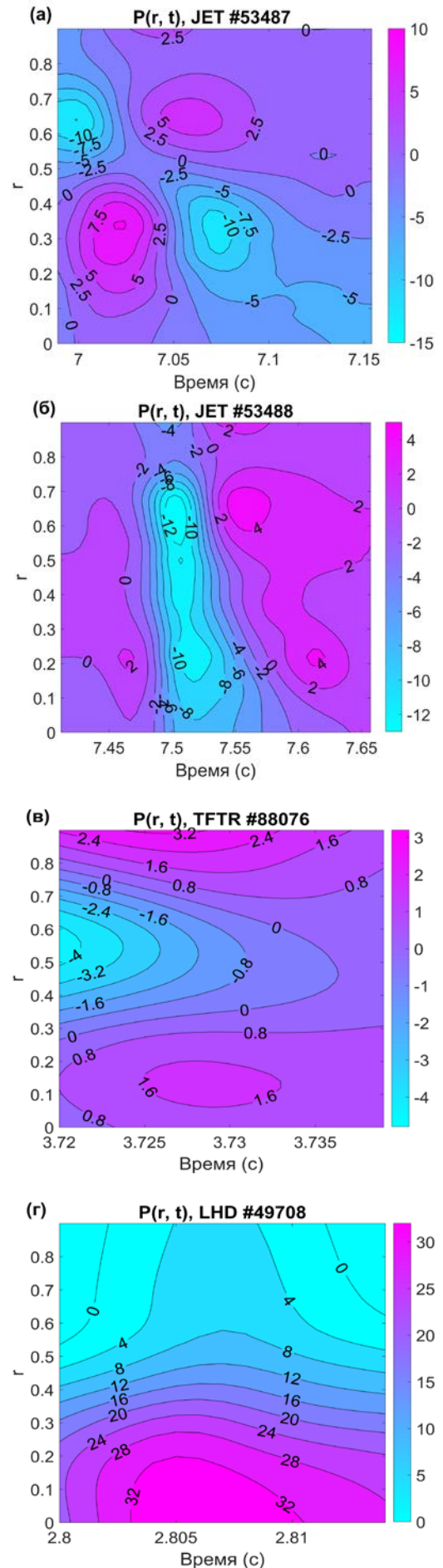


Рис. 1. Исходные данные. Линии уровня функции $P(r, t)$.

В. Критерий выбора решения

(регуляризации) обеспечивают минимизацию кривизны (сложности) трех функций, входящих в постановку (1)–(14).

```

1 CVstep 13
2 CVNumOfIter 1
3 ##### Константы: #####
4 t_inj = 3.72
5 qmax = 3
6 t_int = 0.019
7 t_step = 0.001
8 Frac_min = 0.5
9 Frac_max = 10
10 r_step = 0.02
11 t_min = t_inj
12 r_max = 0.44
13 r_pp = 0.9
14 Frac_Abs = 0.8
15 ##### Множества: #####
16 GRID: t = [0, t_int, t_step]
17 r_m = [0, r_max, r_step]
18 r_p = [0, r_pp, r_step]
19 Tbl = Select r As r_m, tm As t, Pi As P from ../002Pi_T(r,t)n0(r)++/Pi(r,tm).sol
20 Tbl.dat("t")[:] = t_min
21 ##### Известные: #####
22 Var: P(r_m,t)
23 EOD
24 Var: A_bs(r_m); >=0
25 Ame_bs; >=0
26 qme; >=0; <= qmax #(13)
27 Isr(t); >=0
28 F_out(t); >=0.01; <= 0.2*pi #(14)
29 Isr0; >=0
30 F_out0; >=0.01; <= 0.2*pi #(15)
31 Int_r_m; >=0
32 AbsGTr_m; >=0
33 Frac_wave >=0
34 ##### Уравнения и неравенства: #####
35 EQ: A_bs(r_m) * (Isr(t) - Isr0) = P(r_m,t) # (1)
36 Isr(t) = 2 * qme / (sqrt(4 * qme * F_out(t) + Ame_bs**2) + Ame_bs) # (2)
37 Isr0 = 2 * qme / (sqrt(4 * qme * F_out0 + Ame_bs**2) + Ame_bs) # (3)
38 Int_r_m = 2 / (r_pp**2) * f(0, r_max, dr_m * A_bs(r_m) * r_m) # (4)
39 Ame_bs >= Int_r_m * (1 + Frac_min + 1) # (5)
40 Ame_bs <= Int_r_m * (1 + Frac_max + 1) # (6)
41 Ame_bs**2 * (1 + F_out(t)) <= qme # (7)
42 Ame_bs**2 * (1 + F_out0) <= qme # (8)
43 AbsGTr_m = (Ame_bs - Int_r_m) * r_pp**2 / (r_pp**2 - r_max**2) # (9)
44 F_out(t) * Isr(t)**2 <= qmax * (1 - Frac_Abs) # (10)
45 Frac_wave = qme / qmax # (11)
46 # F_out(t) <= F_out0 # (12)
47 ##### Критерий: #####
48 Obj: A_bs.Complexity(Penal[0]) + Isr.Complexity(Penal[1]) \
49 + F_out.Complexity(Penal[2]) + P.MSD()
50 Draw
51 Draw F_out F_out0
52 Draw Isr Isr0
53 Draw A_bs AbsGTr_m
54 EOF

```

Рис. 2. Файл задания SvF технологии для идентификации задачи (1)–(15) для данных эксперимента на токамаке TFTR.

Задача поиска неизвестных функций U из множества допустимых решений Q состоит в минимизации функционала [1], [2]:

$$F(U, K, \alpha) = \frac{1}{|K|} \sum_{k \in K} (P_k - P(t_k, r_k))^2 + \alpha_1 \int_0^{t_{\max}} (A_{bs}^*)^2 dr + \alpha_2 \int_0^{t_{\max}} (Isr^*)^2 dt + \alpha_3 \int_0^{t_{\max}} (F_{out}^*)^2 dt, \quad (17)$$

$$F(U, K, \alpha) \rightarrow \min_{U \in Q}$$

Здесь первое слагаемое — обычное среднее квадратичное отклонение, обеспечивающее близость функции $P(t, r)$ к исходным данным, остальные три слагаемых

Различные значения весов регуляризации $\alpha_1 > 0$, $\alpha_2 > 0$, $\alpha_3 > 0$, определяют модели с различным соотношением среднее квадратичного отклонения от исходных данных для функции $P(t, r)$ и кривизной функций $A_{bs}(r_m)$, $Isr(t)$, $F_{out}(t)$, которую можно трактовать как меру сложности модели. Возникает вопрос о выборе весов регуляризации, т. е. о выборе компромисса между близостью решения к измерениям и сложностью модели. Действительно, при слишком маленьких значениях α можно ожидать небольших отклонений решения от измерений, однако, как показывает опыт, найденные функции будут слишком хаотичными, и физическая интерпретация такого решения представляется затруднительной. Другой

крайностью являются слишком большие значения коэффициентов α , в этом случае регуляризируемые функции будут слишком простыми (в пределе — прямыми линиями), что слишком сузит возможности описания физического процесса и приведет к значительным отклонениям от исходных данных.

Для поиска оптимальных весов регуляризации предлагается использовать процедуру минимизации ошибки перекрестного оценивания (кросс-валидации) [1], [2], которая не только позволяет найти оптимальные α , но и обеспечивает достаточно надежную оценку погрешности построенной модели. Для этого множество индексов измерений K (см. (15)) разбивается на набор непересекающихся подмножеств, соответствующих независимым (в терминах теории случайных величин) наборам измерений. Из этих подмножеств формируются различные обучающие и тестирующие множества: первые используются для поиска неизвестных параметров, вторые — для оценки точности построенных моделей. Результаты оценки погрешностей суммируются, что и обеспечивает погрешность перекрестного оценивания.

Использование процедуры перекрестного оценивания приводит к двухуровневой (вариационной) задаче оптимизации: на нижнем уровне решается задача получения оценки точности модели для заданных значений весов регуляризации, на верхнем — найденная оценка минимизируется (путем подбора весов регуляризации). Аналитическое решение такой задачи представляется невозможным. Она заменяется конечномерным аналогом (непрерывные функции заменяются на сеточные, производные — на конечные разности, интегралы — на суммы). Для численного решения такой постановки используется технология сбалансированной идентификации.

Подробное описание применяемой технологии сбалансированной идентификации (SvF) можно найти в работах [1], [2]. Там приводится математическое описание вычислительного алгоритма определения коэффициентов регуляризации, оптимальных для исследуемой модели и используемых данных. В ходе поиска решения осуществляется итерационный численный поиск неизвестных параметров модели и коэффициентов регуляризации, минимизирующих погрешность перекрестной проверки, включающий параллельное решение независимых задач математического программирования в распределенной среде сервисов оптимизации Everest [35]. Символьные выражения для всех уравнений модели, способ регуляризации, параметры дискретизации и ряд дополнительных настроек могут быть записаны в специальном текстовом файле, т. н. файле задания (см. рис. 2). После этого специальная программа на языке Python автоматически формирует исходные данные задач математического программирования: списки параметров и переменных, функции критерия и ограничений вместе с их первыми и вторыми производными (что требуется применяемым численным методам). Для этого используется пакет

оптимизационного моделирования Pyomo (Python Optimization Modeling Objects, <http://www.pyomo.org>).

Файл задания для идентификации задачи (1)–(14) на основе технологии сбалансированной идентификации SvF приведен на рис. 2. Этот файл-задание содержит: уравнения математической модели; список неизвестных параметров и/или функций, подлежащих идентификации; ссылку на файл данных; критерий оптимизации и дополнительные настройки метода. Разработанная для этого специальная нотация является достаточно наглядной, близкой к математической формулировке задачи, и может содержать помимо формул различные инструкции (в т. ч. на языке Python), связанные с численным решением (работа с таблицами, параметрами дискретизации и др.). Подробное описание этой нотации приводится в документе http://bit.ly/SvF_UserGuide27, который также содержит инструкцию по установке программного обеспечения, требуемого для применения SvF-технологии.

IV. РЕЗУЛЬТАТЫ АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА УСТАНОВКАХ JET, TFTR И LHD

Приведем результаты для минимального значения усредненного по объему источника qme , при котором точность (относительное среднеквадратичное отклонение (mean square deviation, MSD) левой части уравнения (1) от правой в центральной плазме на выбранном интервале времени после возмущения периферии) не хуже наилучшей точности подгонки правой части уравнения (1) с произведением произвольной функции пространственной координаты и произвольной функции времени.

А. Токамак JET

В рамках модели (1)–(14) были обработаны данные, представленные на рис. 23 в [30]. Из этих относящихся к двум последовательным разрядам данных видно, что при практически одинаковых условиях (мощность дополнительного нагрева отличается приблизительно в 2 раза, инжекция пеллет одинакова) динамика плазмы демонстрирует совершенно противоположные тенденции изменения температуры в центральной плазме: возрастание в разряде #53487 и спад в разряде #53488. Поведение плазмы на периферии в этих разрядах различно, поэтому можно предположить различное отражение волн от границы плазмы. Результаты решения обратной задачи дают количественную картину ожидаемой роли коэффициента пропускания и оценивают профиль поглощаемой мощности и зависимость точности от величины усредненного по объему источника.

Для разряда #53487 был выбран временной интервал от 7,0 с до 7,05 с. Решение обратной задачи дает $qme = 29,6$ ($f \sim 1$, где f — доля от полной объемной мощности нагрева плазмы, подробнее см. (9) в [31]) при $Frac_{Abs} = 0,5$; $qme = 29,3$ ($f \sim 1$) при $Frac_{Abs} = 0,7$; $qme = 10,7$ ($f \sim 0,35$) при $Frac_{Abs} = 0,9$. Относительное MSD составило 18,13% (в модели [31] было MSD = 34,1%). Результаты для функций стока и пропускания показаны на рис. 3–6.

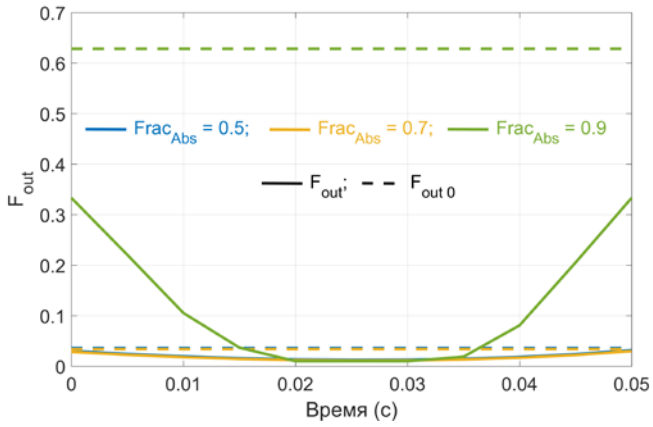


Рис. 3. Зависимость от времени коэффициента пропускания F_{out} , при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано значение до возмущения (штриховые линии).

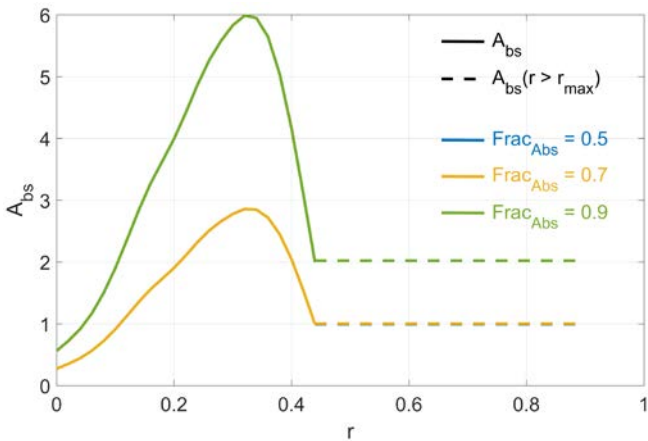


Рис. 4. Профиль мощности поглощения как функция эффективного малого радиуса в центральной плазме при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано усредненное по объему значение для остальной плазмы (штриховые линии).

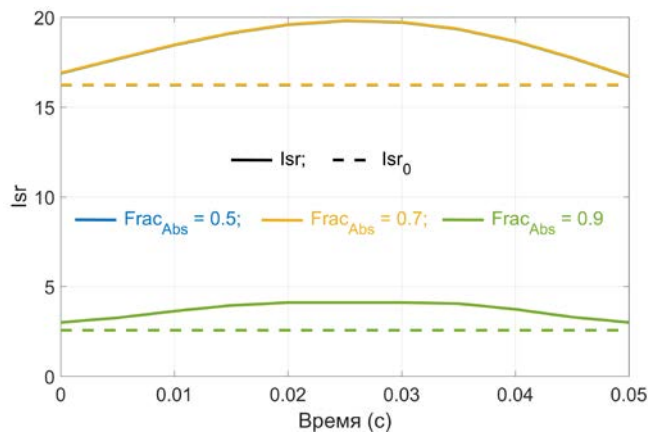


Рис. 5. Зависимость от времени квадратного корня из нормированной интенсивности (2) при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано значение до возмущения (штриховые линии).

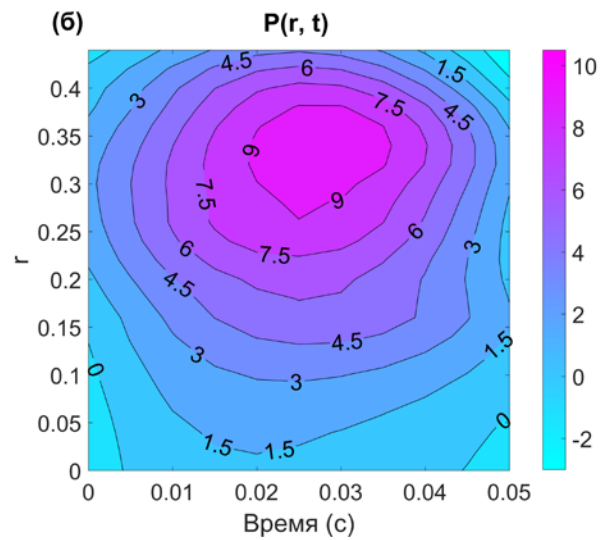
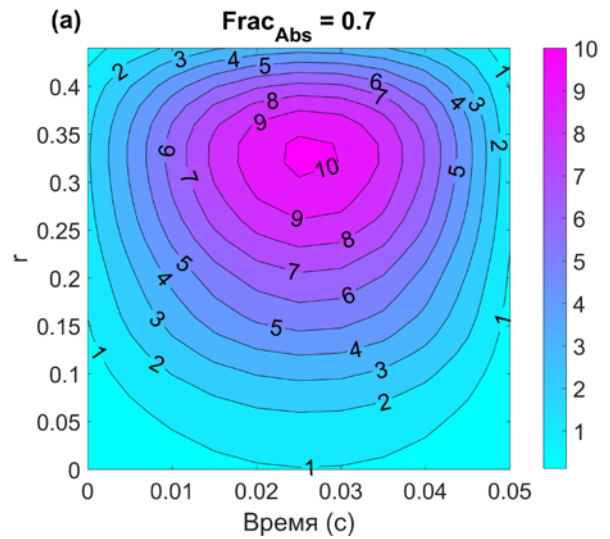


Рис. 6. Сравнение левой (а) и правой (б) частей уравнения (1) при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Вид левой части аналогичен при $Frac_{Abs} = 0,5, 0,7$ и $0,9$, поэтому для иллюстрации приведен только случай $Frac_{Abs} = 0,7$. При $Frac_{Abs} = 0,5$ получаем $Frac_{wave} = 0,99$; при $Frac_{Abs} = 0,7$ получаем $Frac_{wave} = 0,98$; при $Frac_{Abs} = 0,9$ получаем $Frac_{wave} = 0,36$. Относительное MSD составило 18,13%.

Для разряда #53488 был выбран временной интервал от момента инжекции 7,50 с до 7,55 с. Решение обратной задачи дает $qme = 51,9$ ($f \sim 0,86$, где f — доля от полной объемной мощности нагрева плазмы, подробнее см. (9) в [31]) при $Frac_{Abs} = 0,5$; $qme = 34,9$ ($f \sim 0,58$) при $Frac_{Abs} = 0,7$; $qme = 11,8$ ($f \sim 0,20$) при $Frac_{Abs} = 0,9$. Относительное MSD составило 57,8% (в модели [31] было MSD = 74,1%). Результаты для функций стока и пропускания показаны на рис. 7–10.

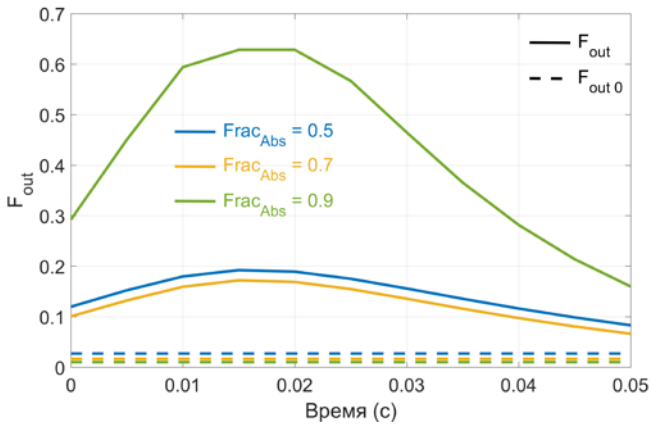


Рис. 7. Зависимость от времени коэффициента пропускания F_{out} , при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано значение до возмущения (штриховые линии).

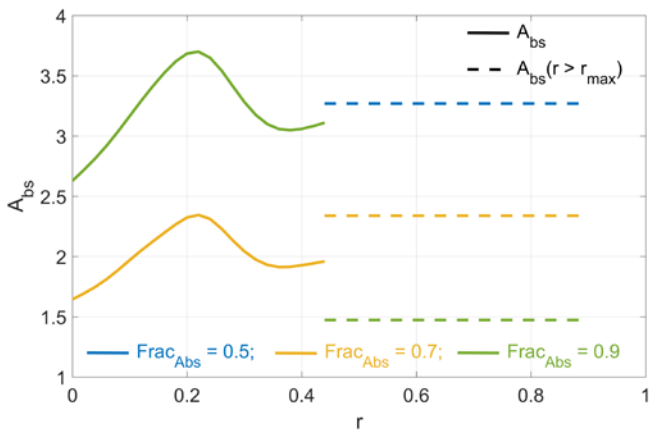


Рис. 8. Профиль мощности поглощения как функция эффективного малого радиуса в центральной плазме при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано усредненное по объему значение для остальной плазмы (штриховые линии).

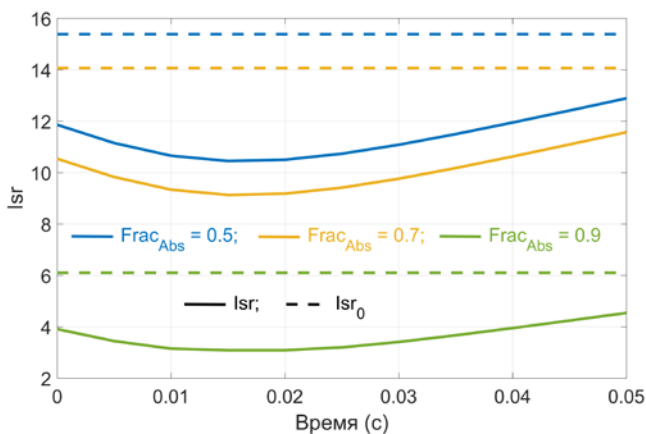


Рис. 9. Зависимость от времени квадратного корня из нормированной интенсивности (2) при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано значение до возмущения (штриховые линии).

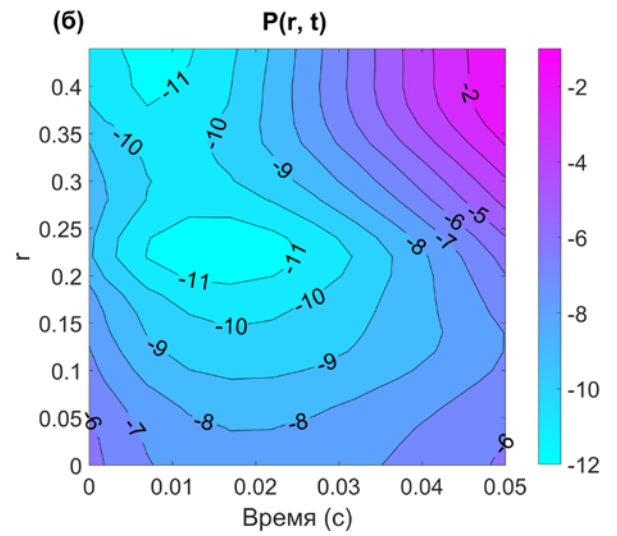
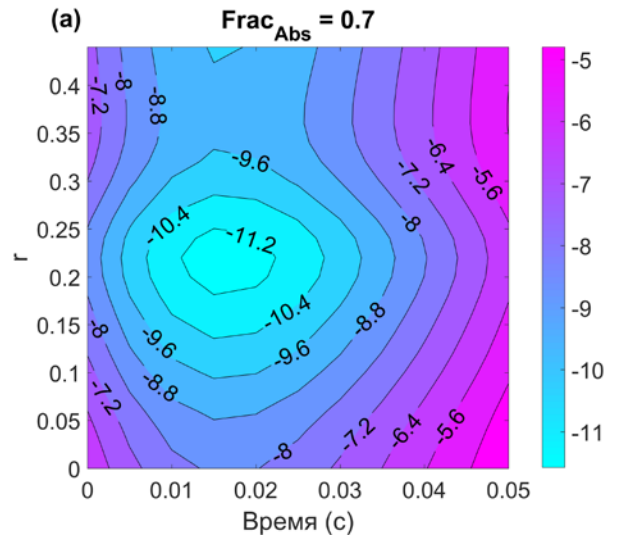


Рис. 10. Сравнение левой (а) и правой (б) частей уравнения (1) при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Вид левой части аналогичен при $Frac_{Abs} = 0,5, 0,7$ и $0,9$, поэтому для иллюстрации приведен только случай $Frac_{Abs} = 0,7$. При $Frac_{Abs} = 0,5$ получаем $Frac_{wave} = 0,86$; при $Frac_{Abs} = 0,7$ получаем $Frac_{wave} = 0,58$; при $Frac_{Abs} = 0,9$ получаем $Frac_{wave} = 0,20$. Относительное MSD составило 57,8%.

Таким образом, существенное различие в поведении температуры в разрядах #53487 и #53488 в токамаке JET в рассматриваемой модели объясняется различным поведением коэффициента пропускания волн: при очень близком (несмотря на различие мощности нагрева плазмы почти в 2 раза) значениях температуры электронов естественно ожидать различного удержания волновой энергии в плазме. Оказывается, что рост температуры в разряде #53487 вполне совместим с таким улучшением удержания волновой энергии, а падение температуры в разряде #53488 с его таким ухудшением, что различие профилей поглощения является менее сильным, чем различие коэффициентов пропускания.

Отметим также, что использование модели [31] позволяет ощутимо улучшить точность совпадения левой и правой частей уравнения переноса тепла.

В. Токамак TFTR

Здесь представлены результаты применения модели (1)-

(14) при обработке данных омического разряда #88076 во временном интервале от 3,72 с до 3,74 с. Пространственно-временная динамика электронной температуры в этом разрядке показана на рис. 2 и 3 в [7]. Решение обратной задачи дает $qme = 10,9$ ($f \sim 0,55$, где f — доля от полной объемной мощности нагрева плазмы, подробнее см. (9) в [31]) при $Frac_{Abs} = 0,5$; $qme = 6,3$ ($f \sim 0,32$) при $Frac_{Abs} = 0,7$; $qme = 2,3$ ($f \sim 0,12$) при $Frac_{Abs} = 0,9$. Относительное MSD составило 58,3% (в [31] было то же значение MSD). Результаты для функций стока и пропускания показаны на рис. 11–14.

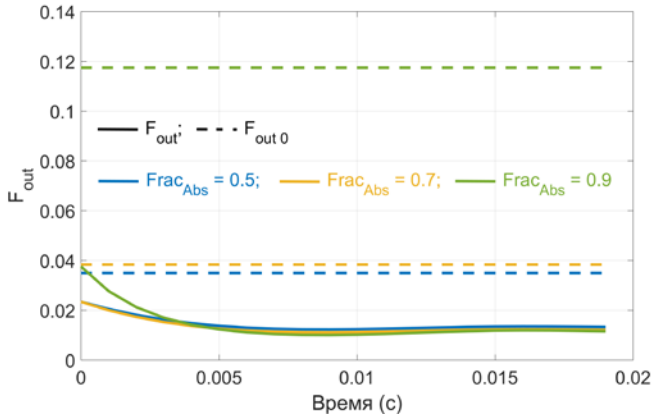


Рис. 11. Зависимость от времени коэффициента пропускания F_{out} , при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано значение до возмущения (штриховые линии).

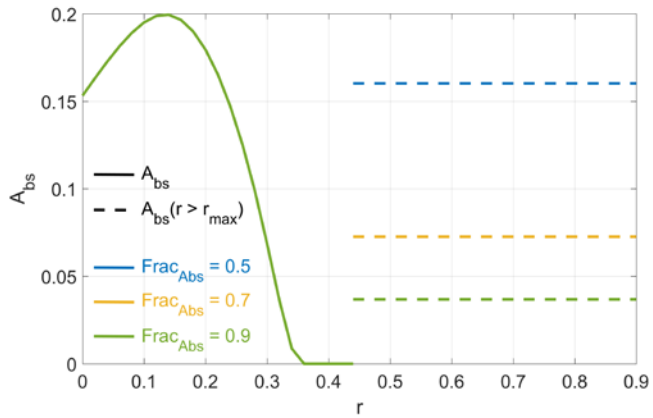


Рис. 12. Профиль мощности поглощения как функция эффективного малого радиуса в центральной плазме при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано усредненное по объему значение для остальной плазмы (штриховые линии).

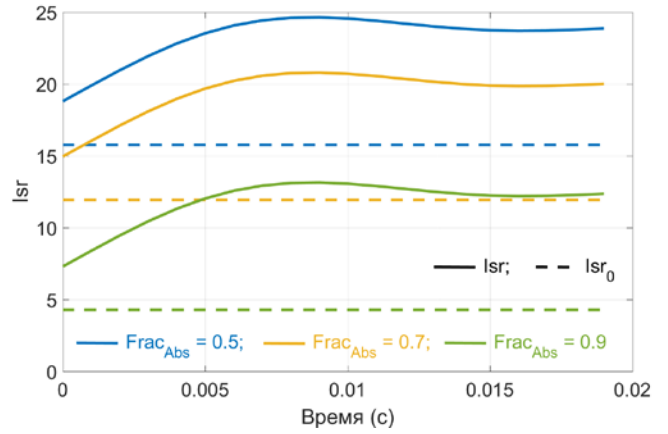


Рис. 13. Зависимость от времени квадратного корня из нормированной интенсивности (2) при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано значение до возмущения (штриховые линии).

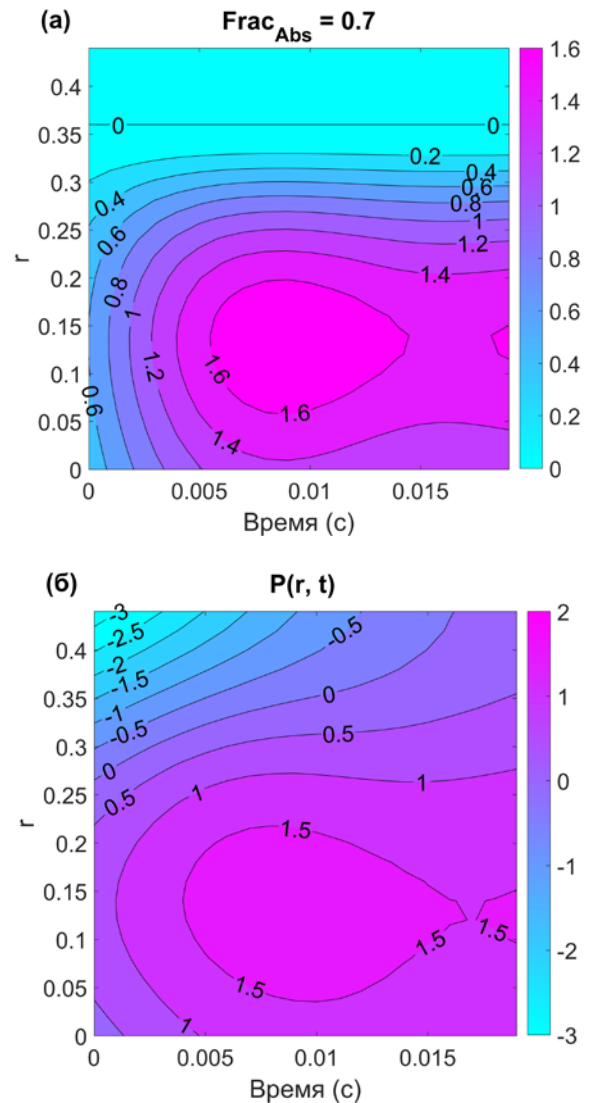


Рис. 14. Сравнение левой (а) и правой (б) частей уравнения (1) при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Вид левой части одинаков при $Frac_{Abs} = 0,5, 0,7$ и $0,9$, поэтому для иллюстрации приведен только случай $Frac_{Abs} = 0,7$. При $Frac_{Abs} = 0,5$ получаем $Frac_{wave} = 0,55$; при $Frac_{Abs} = 0,7$ получаем $Frac_{wave} = 0,32$; при $Frac_{Abs} = 0,9$ получаем $Frac_{wave} = 0,12$. Относительное MSD составило 58,3%.

C. Стелларатор LHD

Здесь представлены результаты применения модели (1)-(14) при обработке данных разряда #49708 во временном интервале от 2,8 с до 2,815 с. Пространственно-временная динамика электронных температуры и плотности в этом разряде с дополнительным нагревом плазмы (2 МВт мощности от инжекции пучка нейтральных атомов и 1 МВт от инжекции электронных циклотронных волн) представлена на рис. 1 в [24] и рис. 1 в [25]. Решение обратной задачи дает $q_{te} = 93,7$ ($f \sim 0,89$, где f — доля от полной объемной мощности нагрева плазмы, подробнее см. (9) в [31]) при $Frac_{Abs} = 0,5$; $q_{te} = 82,19$ ($f \sim 0,78$) при $Frac_{Abs} = 0,7$; $q_{te} = 25,6$ ($f \sim 0,24$) при $Frac_{Abs} = 0,9$. Относительное MSD составило 10,3% (в [31] было $MSD = 10,6\%$). Результаты для функций стока и пропускания показаны на рис. 15–18.

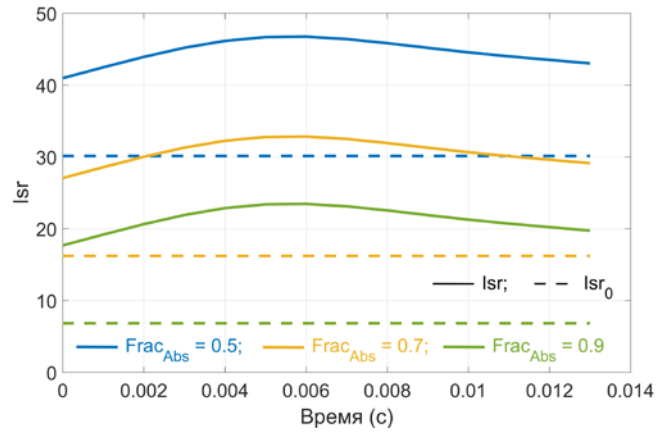


Рис. 17. Зависимость от времени квадратного корня из нормированной интенсивности (2) при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано значение до возмущения (штриховые линии).

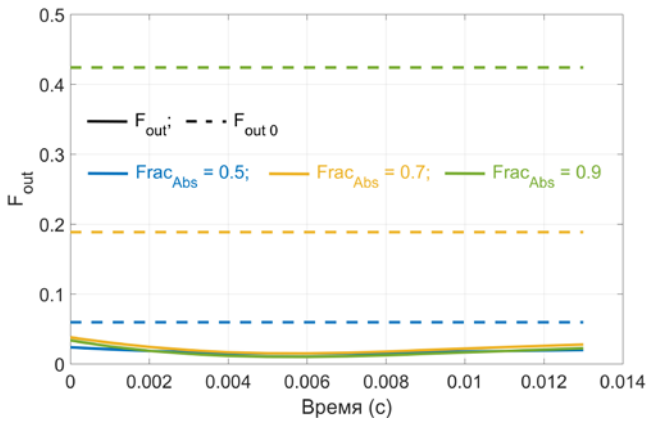


Рис. 15. Зависимость от времени коэффициента пропускания F_{out} , при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано значение до возмущения (штриховые линии).

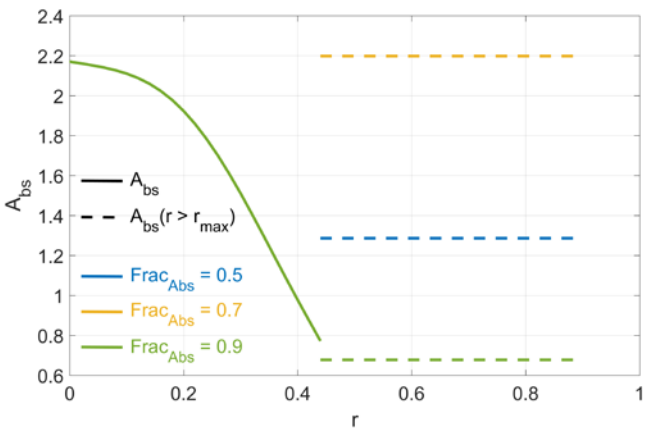


Рис. 16. Профиль мощности поглощения как функция эффективного малого радиуса в центральной плазме при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Также показано усредненное по объему значение для остальной плазмы (штриховые линии).

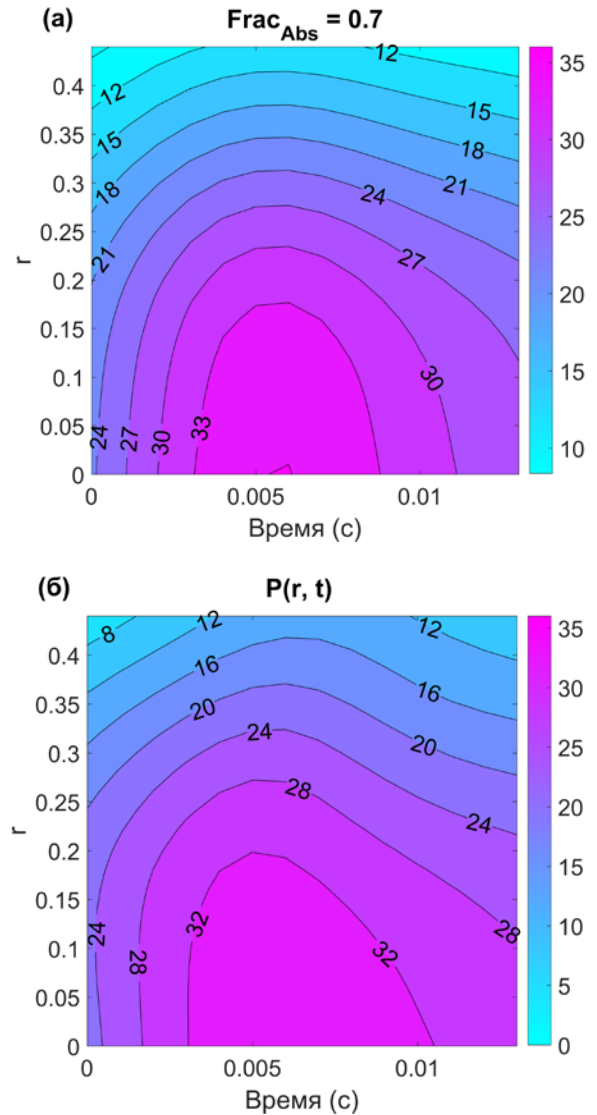


Рис. 18. Сравнение левой (а) и правой (б) частей уравнения (1) при различных значениях параметра $Frac_{Abs}$. Вид левой части одинаков при $Frac_{Abs} = 0,5, 0,7$ и $0,9$, поэтому для иллюстрации приведен только случай $Frac_{Abs} = 0,7$. При $Frac_{Abs} = 0,5$ получаем $Frac_{wave} = 0,89$; при $Frac_{Abs} = 0,7$ получаем $Frac_{wave} = 0,78$; при $Frac_{Abs} = 0,9$ получаем $Frac_{wave} = 0,24$. Относительное MSD составило 10,3%.

V. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод сбалансированной идентификации, который состоит в поиске оптимального (в смысле минимизации среднеквадратичной ошибки кросс-валидации) соотношения между сложностью модели и количеством и качеством (погрешностью) экспериментальных данных, использован для корректной постановки задачи восстановления параметров быстрого нелокального переноса тепла (БНПТ) в плазме в установках для магнитного термоядерного синтеза. Проведенные расчеты позволяют верифицировать модифицированную здесь модель [31] для нелокального (супердиффузионного) переноса энергии электромагнитными (ЭМ) волнами с большой длиной свободного пробега в плазме. Сформулирована и решена обратная задача восстановления ключевых параметров задачи: функции источника, интегрального по пространству как доли полной мощности нагрева плазмы (для супердиффузионного переноса ЭМ волнами с большой длиной свободного пробега существенным оказывается такой интегральный источник), пространственной зависимости функции стока волн (коэффициента поглощения волн), а также внутренней отражательной способности (пленения волн в плазме). Результаты анализа данных экспериментов на токамаках JET и TFTR и стеллараторе LHD показывают, что рассматриваемая физическая модель может качественно объяснить эволюции электронной температуры в центральной плазмы на начальном этапе быстро нелокального транспорта событий типа «холодной импульсного» («cold pulse»), поскольку модель совместима с сильным изменением во времени коэффициента отражения волн и с высокими значениями коэффициента внутреннего отражения по сравнению с таковыми для стенок вакуумной камеры.

Результаты, полученные здесь и ранее в [22, 23, 31], позволяют утверждать, что для супердиффузионных физических моделей БНПТ метод сбалансированной идентификации является эффективным инструментом их верификации.

БЛАГОДАРНОСТИ

Данное исследование было частично поддержано Российским фондом фундаментальных исследований (РФФИ), гранты № 18-07-01269-а, 18-07-01175-а.

Авторы благодарны В. В. Волошинову и А. С. Тарасову за помощь в использовании платформы Everest и вычислительных ресурсов Центра распределенных вычислений (<http://distcomp.ru>) Института проблем передачи информации Российской академии наук, В. С. Неверову и Р. И. Хуснутдинову — за полезные обсуждения анализа данных, А. П. Афанасьеву — за поддержку сотрудничества между НИЦ «Курчатовский институт» и упомянутым выше Центром.

БИБЛИОГРАФИЯ

[1] A. V. Sokolov and V. V. Voloshinov, 2018 “Choice of mathematical model: balance between complexity and proximity to measurements,”

- International Journal of Open Information Technologies*, vol. 6, no. 9, pp. 33–41, 2018 (in Russian).
A. B. Соколов, В. В. Волошинов, “Выбор математической модели: баланс между сложностью и близостью к измерениям” *International Journal of Open Information Technologies*, т. 6, № 9, с. 33–41, 2018. Доступна: <http://injoit.org/index.php/j1/article/view/612>
- [2] A. Sokolov and V. Voloshinov, “Balanced Identification as an Intersection of Optimization and Distributed Computing.” arXiv preprint arXiv:1907.13444, 2019.
- [3] V. G. Linnik, A. V. Sokolov, and I. V. Mironenko, 2016 “Current trends in the development of biogeochemistry,” Moscow: GEOKHI RAS (in Russian), 2016, pp. 423–434.
- [4] A. V. Sokolov, V. V. Mamkin, V. K. Avilov, D. L. Tarasov, J. A. Kurbatova, and A. V. Olchev, “Application of a balanced identification method for gap-filling in CO₂ flux data in a sphagnum peat bog,” *Computer Research and Modeling* (in Russian) 2019, to be published.
- [5] A. B. Соколов, В. К. Болондинский, В. В. Волошинов, “Технология сбалансированной идентификации для выбора математической модели транспирации сосны,” *Математическая биология и биоинформатика*, т. 14. № 2. с. 665–682, 2019. doi: 10.17537/2019.14.665.
- [6] A. B. Соколов, Л. А. Соколова, “Построение математических моделей: количественная оценка значимости принятых гипотез и используемых данных,” *Материалы XXI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС’2019)*, Алешта, 2019, с. 114.
- [7] J. D. Callen and M. W. Kissick, “Evidence and concepts for non-local transport” *Plasma Phys. Contr. Fusion*, vol. 39, suppl. 12B, p. B173, 1997.
- [8] A. B. Kukushkin and K. V. Cherepanov, “Evidences for and the models of fast nonlocal transport of heat in magnetic fusion devices,” in *AIP Conf. Proc.*, vol. 1154, pp. 83–94, 2009.
- [9] V. D. Pustovitov, “Nonlocal effects in energy balance in an equilibrium plasma during its fast heating/cooling in tokamaks and stellarators,” *Plasma Phys. Contr. Fusion*, vol. 54, p. 124036, 2012.
- [10] M. N. Rosenbluth and C. S. Liu, “Cross -field energy plasma waves,” *Phys. Fluids*, vol. 19, p. 815, 1976.
- [11] S. Tamor, “Synchrotron radiation loss from hot plasma,” *Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res. A*, vol. 271, p. 37, 1988.
- [12] A. B. Kukushkin, V. S. Lisitsa, and Yu. A. Saveliev, “Nonlocal transport of thermal perturbations in a plasma,” *JETP Lett.*, vol. 46, p. 448, 1987.
- [13] Л. М. Биберман, В. С. Воробьев, И. Т. Якубов, “*Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы*,” М.: Наука, 1982. L. M. Biberman, V. S. Vorob'ev, and I. T. Yakubov, “*Kinetics of Nonequilibrium Low Temperature Plasmas*,” New York: Consultants Bureau, 1987.
- [14] А. Н. Старостин, “Перенос резонансного излучения,” *Энциклопедия низкотемпературной плазмы*, под ред. В. Е. Фортова. М., «Наука», 2000, Вводный том I, с. 471.
- [15] В. И. Коган, “Запирание излучения в плазме,” там же, с. 481.
- [16] В. А. Абрамов, В. И. Коган, В. С. Лисица, “Перенос излучения в плазме”. *Вопросы теории плазмы* (под ред. М. А. Леонтовича и Б. Б. Кадомцева), Вып. 12, М: Энергоиздат, 1982, с. 114–155. V. A. Abramov, V. I. Kogan, and V. S. Lisitsa “Reviews of Plasma Physics,” vol. 12, M. A. Leontovich and B. B. Kadomtsev, Ed., New York: Consultants Bureau, 1987, p. 151.
- [17] F. Sattin and D. F. Escande, “Alfvénic Propagation: A Key to Nonlocal Effects in Magnetized Plasmas,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, p. 095003, 2014.
- [18] F. Sattin and D. F. Escande, “Retraction: Alfvénic Propagation: A Key to Nonlocal Effects in Magnetized Plasmas [Phys. Rev. Lett. 112, 095003 (2014)],” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 112, p. 159901, 2014.
- [19] A. B. Kukushkin in *Proc. 24th EPS Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion*, Berchtesgaden, Germany, 1997, vol. 21A, part II, pp. 849–852.
- [20] A. B. Kukushkin, P. A. Sdvizhenskii, V. V. Voloshinov, and A. A. Kulichenko, “A Model of Recovering the Fast Nonlocal Transport Parameters in Magnetic Fusion Plasmas,” in *Proc. 42nd EPS Conf. on Plasma Phys.*, Lisbon, Portugal, 2015, vol. 39E, P5.182
- [21] A. B. Kukushkin, A. A. Kulichenko, P. A. Sdvizhenskii, A. V. Sokolov, and V. V. Voloshinov, “Inverse Problem for Fast Nonlocal Heat Transport Events in Magnetic Fusion Plasmas,” in

- Proc. 43rd EPS Conference on Plasma Phys.*, Leuven, Belgium, 2016, vol. 40A, P2.028.
- [22] A. Б. Кукушкин, А. А. Куличенко, П. А. Сдвиженский, А. В. Соколов, В. В. Волошинов, “Модель восстановления параметров быстрого нелокального переноса тепла в установках магнитного удержания термоядерной плазмы,” *Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез*, т. 40, вып. 1, с. 45–55, 2017.
A. B. Kukushkin, A. A. Kulichenko, P. A. Sdvizhenskii, A. V. Sokolov, and V. V. Voloshinov, “A model of recovering the parameters of fast nonlocal heat transport in magnetic fusion plasmas,” *Problems of Atomic Science and Technology, Series Thermonuclear Fusion*, vol 40, no. 1, pp. 45–55, 2017 (in Russian).
- [23] A. Б. Кукушкин, А. А. Куличенко, П. А. Сдвиженский, А. В. Соколов, и В. В. Волошинов, “A model of recovering the parameters of fast nonlocal heat transport in magnetic fusion plasmas”, *J. Phys. Conf. Series*, vol. 941, paper 012008 (6 pp), 2017, doi:10.1088/1742-6596/941/1/012008. Available: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/941/1/012008/pdf>
- [24] N. Tamura, *et al*, “Impact of nonlocal electron heat transport on the high temperature plasmas of LHD,” *Nucl. Fusion*, vol. 47, p. 449, 2007.
- [25] N. Tamura *et al*, “Edge-Core Interaction Revealed with Dynamic Transport Experiment in LHD,” in *Proc. 23rd IAEA Fusion Energy Conf.*, Daejeon, Republic of Korea, 2010, EXC/P8-16.
- [26] M. W. Kissick, J. D. Callen, E. D. Fredrickson, A. C. Janos, and G. Taylor, “Non-local component of electron heat transport in TFTR,” *Nucl. Fusion*, vol. 36, p. 1691, 1996.
- [27] A. Б. Кукушкин, “Analytic description of energy loss by a bounded inhomogeneous hot plasma due to the emission of electromagnetic waves,” *JETP Lett.*, vol. 56, p. 487, 1992.
- [28] A. Б. Кукушкин, “Heat transport by cyclotron waves in plasmas with strong magnetic field and highly reflecting walls” in *14th IAEA Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research*, Vienna, 1992, vol. 2, pp. 35–45.
- [29] A. Б. Кукушкин and P. V. Minashin, “Influence of Magnetic Field Inhomogeneity on Electron Cyclotron Power Losses in Magnetic Fusion Reactor,” in *Proc 36th EPS Conference on Plasma Physics*, 2009, ECA vol. 33E, P-4.136.
- [30] P. Mantica, *et al*, “Perturbative transport experiments in JET low or reverse magnetic shear plasmas,” *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 44, pp. 2185–2215, 2002.
- [31] A. Б. Кукушкин, П. А. Сдвиженский, А. В. Соколов, and P. V. Minashin, “Recovery of parameters of fast nonlocal heat transport in magnetic fusion plasmas: testing a model of waves with high internal reflections,” *preprint arXiv:1901.03789 [physics.plasm-ph]*, 2019.
- [32] A. Б. Кукушкин and V. А. Rantsev-Kartinov, “Long-lived filaments in fusion plasmas: review of observations and status of hypothesis of microdust-assembled skeletons,” in *Current Trends in International Fusion Research — Proceedings of the Fourth Symposium*. Eds. C. D. Orth, E. Panarella, NRC Research Press, Ottawa, Ontario, Canada, 2007, pp. 75–92.
- [33] A. Б. Кукушкин and V. А. Rantsev-Kartinov, “Wild cables in tokamak plasmas (theoretical view),” in *Proc 27th EPS Conference on Contr. Fusion and Plasma Phys.*, Budapest, 2000, 12-16 June, ECA vol 24B, pp. 568-571.
- [34] А. Н. Тихонов, “О математических методах автоматизации обработки наблюдений” В: *Проблемы вычислительной математики*. М.: Изд-во МГУ, 1980. с. 3-17.
- [35] O. Sukhoroslov, S. Volkov, A. Afanasiev, “A Web-Based Platform for Publication and Distributed Execution of Computing Applications,” in *Parallel and Distributed Computing: Proc. 14th International Symposium on IEEE*, Cambridge, USA, 2015, p. 175–184.

Application of the balanced identification method to the reconstruction of the parameters of fast nonlocal heat transfer in a plasma of magnetic thermonuclear fusion

Alexander V. Sokolov, Alexander B. Kukushkin, Petr A. Sdvizhenskii, Pavel V. Minashin, and Alexandra I. Prun

Abstract—The method of balanced identification, which consists in finding the optimal (in the sense of minimizing the mean square error of cross-validation) correlation between the complexity of the model and the quantity and quality (error) of experimental data, was used to correctly pose the problem of reconstructing the parameters of fast nonlocal heat transfer (FNHT) in plasma in installations for magnetic thermonuclear fusion. These phenomena manifest themselves in the instantaneous (on the time scale of heat diffusion described by the heat conduction equation) response of the spatial profile of the electron temperature to its local perturbation. The balanced identification method was used to identify the parameters of FNHT models and to verify the models themselves. These models are based on nonlocal heat transfer by electromagnetic (EM) waves with a large mean free path, described by integral (superdiffusion) equations, with respect to space variables, that are not reducible to diffusion-type differential equations. In particular, it was shown that FNHT by the EM waves in a plasma requires too high a reflectivity of the walls of the vacuum chamber to describe the experimental data on tokamaks and stellarator. Here we give a brief overview of the previous results and present the latest results of the FNHT model, which assumes strong internal reflection of waves in plasma and is compatible with the model of “wild cables” for the transfer of TEM waves along magnetically-coupled skeletal nanostructures. It is shown that for superdiffusive physical models of FNHT the balanced identification method is an effective tool for their verification. The calculations are carried out using the optimization modeling services deployed in the Everest distributed computing environment (<http://everest.distcomp.org/>).

Key words—balanced identification method, fast nonlocal heat transfer, superdiffusion, tokamaks and stellarator.

REFERENCES

- [1] A. V. Sokolov and V. V. Voloshinov, 2018 “Choice of mathematical model: balance between complexity and proximity to measurements,” International Journal of Open Information Technologies, vol. 6, no. 9, pp. 33–41, 2018 (in Russian). A. V. Sokolov, V. V. Voloshinov, “Vybór matematicheskóy modeli: balans mezhdu slozhnost’ju i blizost’ju k izmerenijam” International Journal of Open Information Technologies, t. 6, # 9, s. 33–41, 2018. Dostupna: <http://injoit.org/index.php/j1/article/view/612>
- [2] A. Sokolov and V. Voloshinov, “Balanced Identification as an Intersection of Optimization and Distributed Computing.” arXiv preprint arXiv:1907.13444. 2019.
- [3] V. G. Linnik, A. V. Sokolov, and I. V. Mironenko, 2016 “Current trends in the development of biogeochemistry,” Moscow: GEOKHI RAS (in Russian), 2016, pp. 423–434.
- [4] A. V. Sokolov, V. V. Mamkin, V. K. Avilov, D. L. Tarasov, J. A. Kurbatova, and A. V. Olchev, “Application of a balanced identification method for gap-filling in CO₂ flux data in a sphagnum peat bog,” Somputer Research and Modeling (in Russian) 2019, to be published.
- [5] A. V. Sokolov, V. K. Bolondinskij, V. V. Voloshinov, “Tehnologija sbalansirovannoj identifikacii dlja vybora matematicheskoy modeli transpiracii sosny,” Matematicheskaja biologija i bioinformatika, t. 14. # 2. s. 665–682, 2019. doi: 10.17537/2019.14.665.
- [6] A. V. Sokolov, L. A. Sokolova, “Postroenie matematicheskikh modelej: kolichestvennaja ocenka znachimosti prinjatyh gipotez i ispol’zuemyh dannyh,” Materialy XXI Mezhdunarodnoj konferencii po vychislitel’noj mehanike i sovremennym prikladnym programnym sistemam (VMSPPS’2019), Alushta, 2019, s. 114.
- [7] J. D. Callen and M. W. Kissick, “Evidence and concepts for non-local transport” Plasma Phys. Contr. Fusion, vol. 39, suppl. 12B, p. B173, 1997.
- [8] A. B. Kukushkin and K. V. Cherepanov, “Evidences for and the models of fast nonlocal transport of heat in magnetic fusion devices,” in AIP Conf. Proc., vol. 1154, pp. 83–94, 2009.
- [9] V. D. Pustovitov, “Nonlocal effects in energy balance in an equilibrium plasma during its fast heating/cooling in tokamaks and stellarators,” Plasma Phys. Contr. Fusion, vol. 54, p. 124036, 2012.
- [10] M. N. Rosenbluth and C. S. Liu, “Cross-field energy transport by plasma waves,” Phys. Fluids, vol. 19, p. 815, 1976.
- [11] S. Tamor, “Synchrotron radiation loss from hot plasma,” Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res. A, vol. 271, p. 37, 1988.
- [12] A. B. Kukushkin, V. S. Lisitsa, and Yu. A. Saveliev, “Nonlocal transport of thermal perturbations in a plasma,” JETP Lett., vol. 46, p. 448, 1987.
- [13] L. M. Biberman, V. S. Vorob’ev, I. T. Jakubov, “Kinetika neravnovesnoj nizkotemperaturnoj plazmy,” M.: Nauka, 1982. L. M. Biberman, V. S. Vorob’ev, and I. T. Yakubov, “Kinetics of Nonequilibrium Low Temperature Plasmas,” New York: Consultants Bureau, 1987.
- [14] A. N. Starostin, “Perenos rezonansnogo izluchenija,” Jenciklopedija nizkotemperaturnoj plazmy, pod. red. V. E. Fortova. M., «Nauka», 2000, Vvodnyj tom 1, c. 471.
- [15] V. I. Kogan, “Zapiranie izluchenija v plazme,” tam zhe, c. 481.
- [16] V. A. Abramov, V. I. Kogan, V. S. Lisica, “Perenos izluchenija v plazme”. Voprosy teorii plazmy (pod red. M. A. Leontovicha i B. B. Kadomtseva), Vyp. 12, M: Jenergoizdat, 1982, s. 114–155. V. A. Abramov, V. I. Kogan, and V. S. Lisitsa “Reviews of Plasma Physics,” vol. 12, M. A. Leontovich and B. B. Kadomtsev, Ed., New York: Consultants Bureau, 1987, p. 151.
- [17] F. Sattin and D. F. Escande, “Alfvénic Propagation: A Key to Nonlocal Effects in Magnetized Plasmas,” Phys. Rev. Lett., vol. 112, p. 095003, 2014.
- [18] F. Sattin and D. F. Escande, “Retraction: Alfvénic Propagation: A Key to Nonlocal Effects in Magnetized Plasmas [Phys. Rev. Lett. 112, 095003 (2014)],” Phys. Rev. Lett., vol. 112, p. 159901, 2014.
- [19] A. B. Kukushkin in Proc. 24th EPS Conf. on Plasma Phys. and Contr. Fusion, Berchtesgaden, Germany, 1997, vol. 21A, part II, pp. 849–852.
- [20] A. B. Kukushkin, P. A. Sdvizhenskii, V. V. Voloshinov, and A. A. Kulichenko, “A Model of Recovering the Fast Nonlocal Transport

- Parameters in Magnetic Fusion Plasmas,” in Proc. 42nd EPS Conf. on Plasma Phys., Lisbon, Portugal, 2015, vol. 39E, P5.182
- [21] A. B. Kukushkin, A. A. Kulichenko, P. A. Sdvizhenskii, A. V. Sokolov, and V. V. Voloshinov, “Inverse Problem for Fast Nonlocal Heat Transport Events in Magnetic Fusion Plasmas,” in Proc. 43rd EPS Conference on Plasma Phys., Leuven, Belgium, 2016, vol. 40A, P2.028.
- [22] A. B. Kukushkin, A. A. Kulichenko, P. A. Sdvizhenskij, A. V. Sokolov, V. V. Voloshinov, “Model' vosstanovlenija parametrov bystrogo nelokal'nogo perenosa tepla v ustanovkah magnitnogo uderzhanija termojadernoj plazmy,” *Voprosy atomnoj nauki i tehniki. Serija: Termojadernyj sintez*, t. 40, vyp. 1, s. 45–55, 2017.
- [23] A. B. Kukushkin, A. A. Kulichenko, P. A. Sdvizhenskii, A. V. Sokolov, and V. V. Voloshinov, “A model of recovering the parameters of fast nonlocal heat transport in magnetic fusion plasmas,” *J. Phys. Conf. Series*, vol. 941, paper 012008 (6 pp), 2017, doi:10.1088/1742-6596/941/1/012008. Available: <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/941/1/012008/pdf>
- [24] N. Tamura, et al, “Impact of nonlocal electron heat transport on the high temperature plasmas of LHD,” *Nucl. Fusion*, vol. 47, p. 449, 2007.
- [25] N. Tamura et al, “Edge-Core Interaction Revealed with Dynamic Transport Experiment in LHD,” in Proc. 23rd IAEA Fusion Energy Conf., Daejeon, Republic of Korea, 2010, EXC/P8-16.
- [26] M. W. Kissick, J. D. Callen, E. D. Fredrickson, A. C. Janos, and G. Taylor, “Non-local component of electron heat transport in TFTR,” *Nucl. Fusion*, vol. 36, p. 1691, 1996.
- [27] A. B. Kukushkin, “Analytic description of energy loss by a bounded inhomogeneous hot plasma due to the emission of electromagnetic waves,” *JETP Lett.*, vol. 56, p. 487, 1992.
- [28] A. B. Kukushkin, “Heat transport by cyclotron waves in plasmas with strong magnetic field and highly reflecting walls” in 14th IAEA Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Vienna, 1992, vol. 2, pp. 35–45.
- [29] A. B. Kukushkin and P. V. Minashin, “Influence of Magnetic Field Inhomogeneity on Electron Cyclotron Power Losses in Magnetic Fusion Reactor,” in Proc 36th EPS Conference on Plasma Physics, 2009, ECA vol. 33E, P-4.136.
- [30] P. Mantica, et al, “Perturbative transport experiments in JET low or reverse magnetic shear plasmas,” *Plasma Phys. Control. Fusion*, vol. 44, pp. 2185–2215, 2002.
- [31] A. B. Kukushkin, P. A. Sdvizhenskii, A. V. Sokolov, and P. V. Minashin, “Recovery of parameters of fast nonlocal heat transport in magnetic fusion plasmas: testing a model of waves with high internal reflections,” preprint arXiv:1901.03789 [physics.plasm-ph], 2019.
- [32] A. B. Kukushkin and V. A. Rantsev-Kartinov, “Long-lived filaments in fusion plasmas: review of observations and status of hypothesis of microdust-assembled skeletons,” in *Current Trends in International Fusion Research — Proceedings of the Fourth Symposium*. Eds. C. D. Orth, E. Panarella, NRC Research Press, Ottawa, Ontario, Canada, 2007, pp. 75–92.
- [33] A. B. Kukushkin and V. A. Rantsev-Kartinov, “Wild cables in tokamak plasmas (theoretical view),” in Proc 27th EPS Conference on Contr. Fusion and Plasma Phys., Budapest, 2000, 12-16 June, ECA vol 24B, pp. 568-571.
- [34] A. N. Tihonov, “O matematicheskikh metodah avtomatizacii obrabotki nabljudenij” V: *Problemy vychislitel'noj matematiki*. M.: Izd-vo MGU, 1980. c. 3-17.
- [35] O. Sukhoroslov, S. Volkov, A. Afanasiev, “A Web-Based Platform for Publication and Distributed Execution of Computing Applications,” in *Parallel and Distributed Computing: Proc. 14th International Symposium on IEEE*, Cambridge, USA, 2015, p. 175–184.