

# Идентификация структуры и параметров нечетких когнитивных моделей: экспертные и статистические методы

А.Г. Подвесовский, Р.А. Исаев

**Аннотация** – В работе рассмотрены задачи структурной и параметрической идентификации когнитивных моделей на примере нечетких когнитивных карт (НКК) Силова. Показано, что задача параметрической идентификации может быть решена с применением двух типов методов: экспертных и статистических. Описан подход к параметрической идентификации НКК на основе применения методов построения функций принадлежности нечетких множеств: метода парных сравнений Т. Саати и метода множеств уровня Р. Ягера. Рассмотрены проблемы, возникающие в процессе применения данных методов в контексте указанной задачи. Для обоих методов предложены модификации, позволяющие решить выявленные проблемы.

Также рассмотрены вопросы построения НКК на основе статистических данных. Для ситуации, когда данные представлены в форме пространственной выборки, предложена методика идентификации параметров НКК, основанная на применении множественного регрессионного анализа. Для случая, когда данные представлены в форме временных рядов, предложена модификация этой методики, позволяющая также решить задачу структурной идентификации путем применения теста Грэнджера на причинность. Также описан подход к построению НКК в условиях обработки разнородной информации, основанный на согласованном применении рассмотренных экспертных и статистических методов и методик.

Приведены результаты экспериментальных проверок модифицированных методов и предложенных методик, подтверждающие их работоспособность.

В первой части работы описаны модификации методов построения функций принадлежности нечетких множеств, применяемых в задаче параметрической идентификации НКК.

Вторая часть работы посвящена разработке и исследованию методов построения НКК на основе статистической информации.

**Ключевые слова** – когнитивное моделирование, нечеткая когнитивная карта, структурная идентификация, параметрическая идентификация, метод парных сравнений, метод множеств уровня, регрессионный анализ, анализ временных рядов, тест Грэнджера на причинность.

Статья получена 27 февраля 2019 г.

Подвесовский Александр Георгиевич – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Информатика и программное обеспечение» Брянского государственного технического университета (e-mail: apodv@tu-bryansk.ru).

Исаев Руслан Александрович – аспирант кафедры «Информатика и программное обеспечение» Брянского государственного технического университета (e-mail: ruslan-isaev-32@yandex.ru).

## I. ВВЕДЕНИЕ

Сложности разработки управленческих решений и прогнозирования в экономических, социальных, экологических и других гуманитарных системах обусловлены рядом особенностей, присущих этим системам, а именно: многоаспектностью происходящих в них процессов и сложной структурой их взаимосвязи; изменчивостью характера данных процессов во времени; отсутствием достаточной количественной информации о динамике данных процессов.

В силу указанных особенностей, экономические, социальные и другие подобные системы относятся к классу слабоструктурированных. Моделирование таких систем и управление ими с использованием традиционных подходов, основанных на аналитическом описании либо статистическом наблюдении зависимостей между входными или выходными параметрами, затруднено, а зачастую невозможно, и приходится прибегать к субъективным моделям, основанным на информации, получаемой от экспертов и обрабатываемой с привлечением мышления, логики «здравого смысла», интуиции и эвристик.

Одним из подходов к моделированию слабоструктурированных систем, широко применяемым в настоящее время, является когнитивный подход. В соответствии с определением, приведенным в [1], данный подход ориентирован на разработку формальных моделей и методов, поддерживающих интеллектуальный процесс решения проблем благодаря учету в этих моделях и методах когнитивных возможностей (восприятие, представление, познание, понимание, объяснение) человека при решении управленческих задач [1, с. 29]. Методы структурно-целевого и имитационного моделирования систем на основе когнитивного подхода принято объединять под общим термином «когнитивное моделирование». В общем виде под когнитивным моделированием понимается исследование структуры системы и процессов ее функционирования и развития путем анализа ее когнитивной модели.

В качестве математического аппарата, применяемого для представления когнитивных моделей и лежащего в основе методов их анализа, чаще всего используется нечеткая логика. Благодаря этому возник целый класс

когнитивных моделей, основанный на различных типах нечетких когнитивных карт (НКК) – достаточно подробный обзор таких моделей можно найти, например, в монографии [2]. Одной из разновидностей НКК, хорошо зарекомендовавшей себя в практических задачах анализа и моделирования слабоструктурированных организационных, социальных и экономических систем являются НКК Силова, впервые предложенные в [3] и представляющие собой развитие знаковых когнитивных карт [4].

## II. ФОРМАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ, СТРУКТУРА И МЕТОДЫ АНАЛИЗА НЕЧЕТКОЙ КОГНИТИВНОЙ КАРТЫ СИЛОВА

В общем случае когнитивная модель основана на формализации причинно-следственных связей, которые имеют место между факторами, характеризующими исследуемую систему. Результатом формализации является представление системы в виде причинно-следственной сети, называемой когнитивной картой и имеющей вид:

$$G = \langle E, W \rangle,$$

где  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_k\}$  – множество факторов (называемых также концептами),  $W$  – бинарное отношение на множестве  $E$ , которое задает набор связей между его элементами.

Концепты могут задавать как относительные (качественные) характеристики исследуемой системы, такие как надежность, технологичность, так и абсолютные, измеримые величины – время, трудоемкость и т.п. При этом с каждым концептом  $e_i$  связывается переменная состояния  $v_i$ , которая задает значение соответствующего показателя в определенный момент времени. Переменные состояния могут принимать значения, выраженные в некоторой шкале, в пределах установленных ограничений. Значение  $v_i(t)$  переменной состояния в момент времени  $t$  называется состоянием концепта  $e_i$  в данный момент времени. Таким образом, состояние моделируемой системы в любой момент времени описывается состоянием всех концептов, входящих в ее когнитивную карту.

Концепты  $e_i$  и  $e_j$  считаются связанными отношением  $W$  (обозначается  $(e_i, e_j) \in W$  или  $e_i W e_j$ ), если изменение значения концепта  $e_i$  (причины) приводит к изменению значения концепта  $e_j$  (следствия). В этом случае говорят, что концепт  $e_i$  оказывает влияние на концепт  $e_j$ . При этом если увеличение значения переменной состояния концепта-причины приводит к увеличению значения переменной состояния концепта-следствия, то влияние считается положительным («усиление»), если же значение уменьшается – отрицательным («торможение»). Тем самым, отношение  $W$  можно представить в виде объединения двух непересекающихся подмножеств  $W = W^+ \cup W^-$ , где  $W^+$  – множество положительных, а  $W^-$  – множество отрицательных связей.

Нечеткая когнитивная модель основана на предположении о том, что влияния между концептами могут различаться по интенсивности, при этом

интенсивность может быть постоянной либо переменной во времени. Для учета данного обстоятельства  $W$  задается как нечеткое отношение, при этом способ его задания зависит от применяемого подхода к формализации причинно-следственных связей. Когнитивная карта с нечетким отношением  $W$  называется нечеткой когнитивной картой.

Нечеткая когнитивная карта Силова представляет собой НКК, характеризующуюся следующими особенностями.

1. Переменные состояния концептов могут принимать значения на отрезке  $[0, 1]$ .

2. Интенсивность взаимовлияний считается постоянной, и, таким образом, отношение  $W$  задается в виде набора чисел  $w_{ij}$ , характеризующих направление и интенсивность (вес) влияния между концептами  $e_i$  и  $e_j$ :

$$w_{ij} = w(e_i, e_j),$$

где  $w$  – нормированный показатель интенсивности влияния (характеристическая функция отношения  $W$ ), обладающий следующими свойствами:

- а)  $-1 \leq w_{ij} \leq 1$ ;
- б)  $w_{ij} = 0$ , если  $e_j$  не зависит от  $e_i$  (влияние отсутствует);
- в)  $w_{ij} = 1$  при максимальном положительном влиянии  $e_i$  на  $e_j$ , т.е. когда любая реализация изменений в системе, связанных с концептом  $e_j$ , однозначно определяется действиями, связанными с концептом  $e_i$ ;
- г)  $w_{ij} = -1$  при максимальном отрицательном влиянии, т.е. когда любая реализация изменений, связанных с концептом  $e_j$ , однозначно сдерживается действиями, связанными с концептом  $e_i$ ;
- д)  $w_{ij}$  принимает значение из интервала  $(-1, 1)$  при промежуточной степени положительного или отрицательного влияния.

Легко заметить, что НКК данной структуры может быть наглядно представлена в виде взвешенного ориентированного графа, вершины которого соответствуют элементам множества  $E$  (концептам), а дуги – ненулевым элементам отношения  $W$  (причинно-следственным связям). Каждая дуга имеет вес, задаваемый соответствующим значением  $w_{ij}$ . При этом само отношение  $W$  представимо в виде матрицы размерности  $n \times n$  (где  $n$  – число концептов в системе), которая может рассматриваться как матрица смежности данного графа и называется когнитивной матрицей.

Схема обобщенного алгоритма построения и анализа нечеткой когнитивной модели представлена на рис. 1. Выделены блоки, соответствующие этапам и методам построения НКК Силова, исследуемым в данной работе.

Процесс когнитивного моделирования начинается с построения когнитивной карты исследуемой системы на основе информации, получаемой от экспертов или путем анализа имеющихся статистических данных. На следующем этапе происходит непосредственно моделирование, основными целями которого являются формирование и проверка гипотез о структуре исследуемой системы, позволяющих объяснить ее

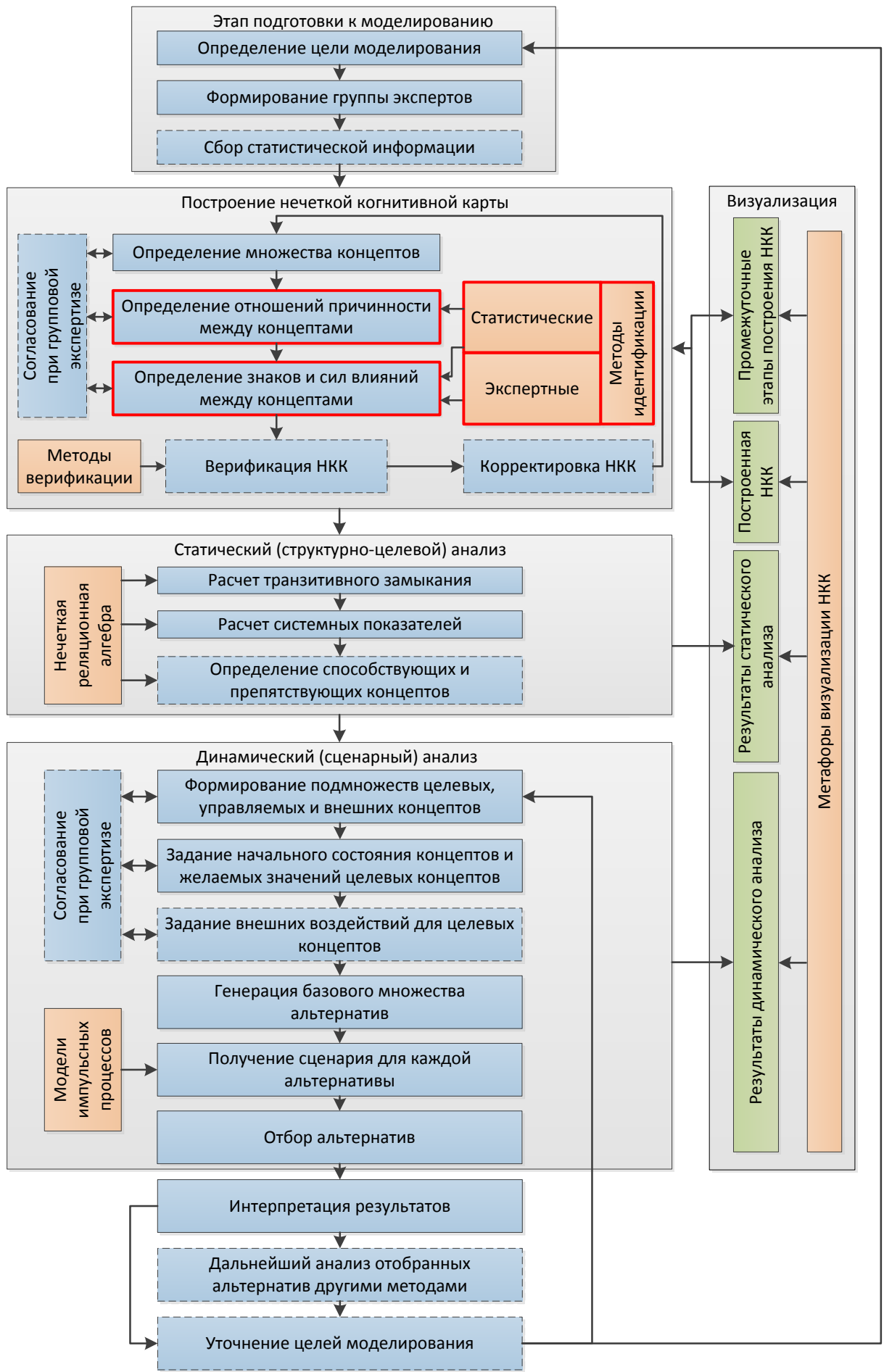


Рис. 1. Обобщенный алгоритм построения и анализа нечеткой когнитивной модели

поведение, а также выработка стратегий поведения в той или иной ситуации с целью достижения заданных целевых состояний.

Задачи, решаемые с помощью когнитивного моделирования, можно разделить на две группы:

- статический (структурно-целевой) анализ, целью которого является нахождение факторов, оказывающих наиболее значимое влияние на целевые, выявление противоречий между целями, анализ циклов обратной связи и др.;
- динамический (сценарный) анализ, направленный на прогнозирование состояния системы при различных управляющих воздействиях и поиск решений по приведению системы в целевое состояние (при этом для описания динамики поведения системы во времени применяются различные модели импульсного процесса [5]).

Результаты моделирования должны быть проинтерпретированы и представлены эксперту с применением естественного языка и понятной ему терминологии [6].

### III. ЗАДАЧА ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЧЕТКИХ КОГНИТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ И СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПОДХОДЫ К ЕЕ РЕШЕНИЮ

В процессе построения НКК можно выделить два этапа:

- структурная идентификация, которая подразумевает определение множества концептов  $E$  и четкого отношения  $W$  на этом множестве, т.е. установление самого факта наличия связей между концептами;
- параметрическая идентификация, которая подразумевает переход от четкого отношения  $W$  к нечеткому, т.е. определение весов связей (интенсивностей влияния) между концептами.

Основным источником информации на обоих этапах построения карты являются эксперты. В частности, на этапе структурной идентификации экспертом (или группой экспертов) формируется список концептов. Далее, на основе экспертных представлений о моделируемой ситуации, в когнитивную модель добавляются связи между концептами.

Одним из наиболее важных и при этом наиболее сложных этапов в процессе построения нечеткой когнитивной карты является параметрическая идентификация, т.е. определение весов связей (интенсивностей влияния) между концептами. Классификация методов параметрической идентификации представлена на рис. 2.

Поскольку основным источником информации при построении карты являются эксперты, то наиболее распространенными методами задания весов являются экспертные методы, которые делятся на прямые и косвенные.

Прямые методы предполагают непосредственное (явное) задание весов экспертом [7]. Данный способ задания весов является наиболее простым, однако его использование приводит к снижению обоснованности и

адекватности результатов, что объясняется высокой степенью субъективности назначаемых оценок (так, в результате ряда психологических исследований отмечена склонность многих экспертов сдвигать оценки объектов в направлении концов оценочной шкалы).

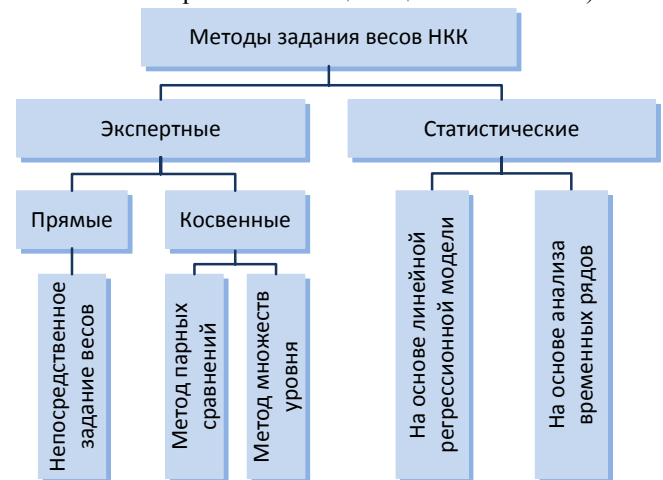


Рис. 2. Классификация методов задания весов НКК

Косвенные методы используются для снижения влияния субъективизма при задании весов, и в их основе лежит разбиение общей задачи определения весов на ряд более простых подзадач. В качестве косвенных методов могут применяться методы построения функций принадлежности дискретных нечетких множеств: в частности, метод парных сравнений Саати и метод множеств уровня Ягера.

Вместе с тем, как отмечалось выше, некоторые концепты могут задавать количественные параметры исследуемой системы, и, следовательно, иметь числовые переменные состояния. Если при этом имеется статистическая информация о значениях этих переменных, то эту информацию можно использовать для идентификации весов связей между такими концептами вместо экспертных оценок. Таким образом, наряду с экспертными методами, для идентификации параметров нечеткой когнитивной карты можно использовать статистические методы [8], [9]. Вопросам параметрической идентификации нечетких когнитивных карт на основе статистических методов будет посвящена вторая часть данной работы, кроме того, в ней будет приведено определение задачи структурной идентификации и представлен подход к ее решению.

### IV. ОБЩИЙ ПРИНЦИП ЗАДАНИЯ ВЕСОВ СВЯЗЕЙ НКК СИЛОВА НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ДИСКРЕТНЫХ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

Будем рассматривать дискретные нечеткие множества двух следующих типов.

1. Нечеткое множество концептов, подверженных влиянию со стороны концепта  $A$  (рис. 3):

$$A_{\rightarrow} = \{w_1 / B_1, w_2 / B_2, \dots, w_m / B_m\}. \quad (3)$$

2. Нечеткое множество концептов, влияющих на концепт  $A$  (рис. 4):

$$A_{\leftarrow} = \{p_1 / C_1, p_2 / C_2, \dots, p_k / C_k\}. \quad (4)$$

В том случае, если в НКК имеются как положительные, так и отрицательные влияния, то следует рассматривать для каждой вершины по два множества: одно – соответствующее элементам с положительным влиянием, а другое – с отрицательным. Это объясняется тем, что непосредственное сравнение силы положительных и отрицательных влияний нежелательно.

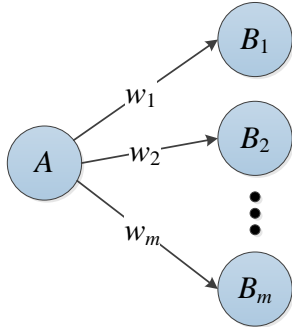


Рис. 3. Нечеткое множество концептов, подверженных влиянию

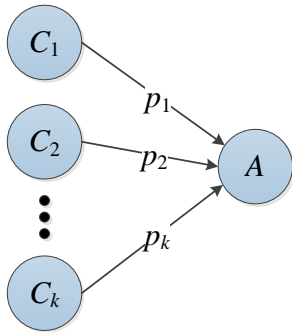


Рис. 4. Нечеткое множество влияющих концептов

Используя рассмотренный подход, можно организовать следующие варианты задания весов.

1. Рассматривать только множества первого типа –  $A_{\rightarrow}$ , и для каждого концепта строить множество концептов, подверженных влиянию с его стороны.
2. Рассматривать только множества второго типа –  $A_{\leftarrow}$ , и для каждого концепта строить множество концептов, влияющих на него.
3. Одновременно рассматривать множества обоих типов. В этом случае каждая связь будет получать значения веса дважды. В качестве окончательного значения можно, например, брать среднее арифметическое или, если значения сильно отличаются, предлагать эксперту повторить процедуру оценивания.
4. Выбирать для рассмотрения множества таким образом, чтобы определить веса всех имеющихся в НКК связей, рассмотрев при этом минимально возможное количество множеств. С этой целью следует отдавать предпочтение множествам, содержащим наибольшее количество концептов, независимо от типов этих множеств. В этом случае оцениваться

дважды будут не все связи, а только входящие более чем в одно из рассмотренных множеств.

Следует отметить, что при построении НКК типичной ситуацией является наличие у некоторых концептов лишь одного влияющего или зависящего концепта. Таким образом, недостаток первых трех вышеописанных вариантов заключается в том, что они подразумевают рассмотрение множеств, многие из которых могут состоять лишь из одного элемента. Очевидно, что эффективность применения методов построения функций принадлежности нечетких множеств в описанном случае невысока и приближается к эффективности прямого оценивания. Поэтому при построении большинства НКК предпочтение следует отдавать последнему из описанных вариантов задания весов.

Далее будут рассмотрены методы построения функций принадлежности нечетких множеств описанных типов, а именно, метод парных сравнений Саати и метод множеств уровня Ягера, и описаны их модификации, позволяющие увеличить эффективность их использования в контексте задачи параметрической идентификации НКК Силова.

## V. МЕТОД ПАРНЫХ СРАВНЕНИЙ

### A. Описание метода применительно к задаче определения весов связей НКК

В ходе применения метода парных сравнений [10] эксперт должен попарно рассмотреть для выбранного концепта все непосредственно связанные с ним концепты, входящие в дискретное нечеткое множество одного из описанных в предыдущем разделе типов. Таким образом, концепты, влияющие на данный, и концепты, испытывающие влияние со стороны данного, рассматриваются отдельно. Также отдельно рассматриваются влияния разных знаков.

В каждой паре требуется определить концепт, связь с которым, по мнению эксперта, имеет больший вес. Таким образом формируется матрица  $D$ , называемая матрицей парных сравнений, где элемент  $d_{ij}$  показывает, во сколько раз связь с концептом  $e_i$  сильнее связи с концептом  $e_j$  (т.е.  $d_{ij}$  является формализованной оценкой превосходства  $e_i$  перед  $e_j$  в смысле принадлежности рассматриваемому нечеткому множеству). Матрица парных сравнений обладает следующими свойствами:  $d_{ii} = 1$  и  $d_{ij} = 1/d_{ji}$ . Для формализации оценок  $d_{ij}$  используется шкала, представленная в табл. 1.

Таблица 1. Шкала оценок в методе парных сравнений

Элемент шкалы	Суждения эксперта
1	Равная значимость (элементы $e_i$ и $e_j$ должны иметь одинаковые степени принадлежности)
3	Слабое превосходство $e_i$ над $e_j$
5	Сильное превосходство $e_i$ над $e_j$
7	Очень сильное превосходство $e_i$ над $e_j$

9	Абсолютное (максимально возможное) превосходство $e_i$ над $e_j$
2, 4, 6, 8	Промежуточные значения

Полученная матрица проверяется на согласованность. Для этого вычисляются индекс согласованности  $CI$  и отношение согласованности  $CR$ :

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1}, \quad (5)$$

$$CR = \frac{CI}{CIS}, \quad (6)$$

где  $CIS$  – среднее значение согласованности как случайной величины, полученное экспериментальным путем,  $\lambda_{\max}$  – наибольшее собственное число матрицы. Значения  $CR > 0,1$ , как правило, дают основания сделать вывод о несогласованности матрицы  $D$ , и в таком случае эксперту предлагается скорректировать свои оценки.

Искомый вектор степеней принадлежности (весов связей)  $W$  определяется на основе собственного вектора матрицы  $D$  при наибольшем собственном числе  $\lambda_{\max}$ :

$$DW = \lambda_{\max} W. \quad (7)$$

Последний этап вычислений – нормализация данного вектора путем деления на максимальный элемент и его умножение на коэффициент силы связей  $k \in (0,1]$ , который задается экспертом и может быть интерпретирован как вес самого сильного (среди участвовавших в сравнениях) влияния.

### В. Альтернативная шкала оценки превосходства

Рассмотрим проблемы, возникающие при использовании классической шкалы оценки степеней превосходства (табл.) в контексте задачи назначения весов НКК.

Одной из таких проблем является низкая чувствительность классической шкалы при оценивании невысоких степеней превосходства одного влияния над другим. Поясним это утверждение на примерах. Пусть при сравнении двух влияний необходимо выразить минимальную (из возможных в данной шкале) степень превосходства первого влияния над вторым. При использовании классической шкалы получаем результат, представленный на рис. 5 (здесь и далее приведены снимки экрана при работе с подсистемой задания весов связей на основе метода парных сравнений, входящей в состав системы поддержки принятия решений на основе нечетких когнитивных моделей «ИГЛА» [11]).

Матрица парных сравнений для концепта

Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт 1" **совсем незначительно превосходит** силу связи с концептом "Концепт 2"

<< Предыдущая пара связей      Следующая пара связей >>

	1	2	Вес связи
▶ 1	1	2	0,9
2	1/2	1	0,45

Вес самой сильной связи: 0,90

Коэффициент согласия: 0

Суждения согласованы

Концепт обработан

Рис. 5. Задание весов двух связей с использованием классической шкалы

Теперь пусть при сравнении трех влияний необходимо выразить минимальную (из возможных в данной шкале) степень превосходства первого влияния над вторым, а второго – над третьим. При этом необходимо достигнуть согласованности матрицы парных сравнений. В условиях классической шкалы получаем результат, представленный на рис. 6.

Матрица парных сравнений для концепта

Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт 1" **совсем незначительно превосходит** силу связи с концептом "Концепт 2"

<< Предыдущая пара связей      Следующая пара связей >>

	1	2	3	Вес связи
▶ 1	1	2	2	1
2	1/2	1	2	0,63
3	1/2	1/2	1	0,3969

Вес самой сильной связи: 1,00

Коэффициент согласия: 0,0516

Суждения согласованы

Концепт обработан

Рис. 6. Задание весов трех связей с использованием классической шкалы

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод о том, что возможностей классической шкалы явно недостаточно для выражения небольших степеней превосходства одних влияний над другими: даже использование минимальной из предусмотренных в данной шкале степени превосходства (равной 2) приводит к слишком значительному различию между весами более сильной связи и более слабой связи.

Другой проблемой при использовании классической

шкалы является тот факт, что ее числовые оценки весьма слабо согласуются с соответствующими им словесными описаниями. Это может быть наиболее наглядно продемонстрировано на примере сравнения трех величин. Так, в рамках классической шкалы, если эксперт указывает, что *A* незначительно превосходит *B* (оценка превосходства – 3), а *B* незначительно превосходит *C* (оценка превосходства – 3), то полная согласованность суждений эксперта будет достигнута, если он укажет, что *A* абсолютно превосходит *C* (оценка превосходства – 9). Таким образом, два незначительных превосходства по транзитивности приводят к абсолютному превосходству. Очевидно, что этот результат не согласуется с интуитивными представлениями большинства людей о том, как в данном случае должна быть оценена степень превосходства *A* над *C*.

Наконец, используя классическую шкалу, иногда бывает проблематично получить согласованную матрицу парных сравнений. Рассмотрим следующий пример. Эксперт указал, что сила первой связи значительно превосходит силу второй связи, а сила второй значительно превосходит силу третьей. Оценивая превосходство первой связи над третьей, эксперт может использовать оценку не выше 9, и такая матрица не будет согласованной ( $CR = 0,1126 > 0,1$ ), что продемонстрировано на рис. 7.

Матрица парных сравнений для концепта

Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт 1" **абсолютно превосходит** силу связи с концептом "Концепт 3"

<< Предыдущая пара связей      Следующая пара связей >>

	1	2	3	Вес связи
▶ 1	1	5	9	1
2	1/5	1	5	0,2811
3	1/9	1/5	1	0,079

Вес самой сильной связи: 1,00

Коэффициент согласия: 0,1126

Суждения не согласованы

Концепт обработан

Рис. 7. Невозможность достижения согласованности при использовании классической шкалы

Актуальность перечисленных проблем в контексте задачи назначения весов НКК обусловлена следующими обстоятельствами.

- Вполне типичной является ситуация, когда эксперту предлагается сравнить влияния, которые, по его мнению, отличаются по интенсивности незначительно. В данном случае низкая чувствительность классической шкалы в области невысоких степеней превосходства может стать причиной не совсем адекватного

отображения знаний эксперта в конечный результат работы метода (т.е. в веса связей). В свою очередь, определенные с такой погрешностью веса связей могут привести к накоплению более серьезных погрешностей на последующих этапах когнитивного моделирования.

- Как показывает практика применения метода парных сравнений для назначения весов НКК, при вынесении суждений экспертам свойственно ориентироваться больше на словесные описания степеней превосходства, чем на соответствующие им числовые значения. Таким образом, слабая согласованность числовых оценок с их словесными описаниями может стать еще одним источником погрешности при определении весов связей.
- Также типичной представляется ситуация, при которой эксперту предлагается сравнить несколько влияний, среди которых присутствуют влияния с высокими степенями превосходства относительно других. Сложность получения согласованной матрицы парных сравнений, характерная для подобных случаев, может существенно замедлить процесс построения когнитивной модели.

Таким образом, представляется целесообразной разработка альтернативной шкалы оценки степеней превосходства в методе парных сравнений для ее дальнейшего использования в задаче определения весов связей НКК. К такой шкале предъявляются следующие требования.

1. Количество уровней (степеней превосходства) альтернативной шкалы должно совпадать с количеством уровней классической шкалы. Это позволит заимствовать привычные словесные интерпретации степеней превосходства классической шкалы и использовать их при работе с альтернативной шкалой.
2. Значение наивысшей степени превосходства в альтернативной шкале не должно превосходить 9 (причины установления именно такого верхнего предела шкалы рассмотрены в [10]).
3. При назначении весов НКК с помощью метода парных сравнений с использованием альтернативной шкалы не должно возникать выявленных проблем.

В авторской работе [12] было показано, что в роли альтернативной шкалы, удовлетворяющей перечисленным требованиям, может выступать шкала, содержащая дробные значения, представленная в табл. 2.

Таблица 2. Значения оценок классической и альтернативной шкал

Словесное описание степени превосходства	Классическая шкала	Альтернативная шкала

Отсутствие превосходства	1	9/9
Совсем незначительное	2	9/8
Незначительное	3	9/7
Почти значительное	4	9/6
Значительное	5	9/5
Почти явное	6	9/4
Явное	7	9/3
Почти абсолютное	8	9/2
Абсолютное	9	9/1

Продemonстрируем на примерах преимущества предлагаемой шкалы перед классической шкалой в контексте задачи назначения весов НКК – в частности, отсутствие при работе с предлагаемой шкалой выявленных проблем.

На рис. 8-9 представлены результаты проверки альтернативной шкалы в описанных выше ситуациях сравнения двух и трех связей, при выражении экспертом минимальной степени превосходства между связями. Здесь следует обратить внимание на существенно более высокую чувствительность альтернативной шкалы при оценке невысоких степеней превосходства (т.е. существенно уменьшилось различие между весами более сильной и более слабой связей).

Матрица парных сравнений для концепта

Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт 1"  
**совсем незначительно превосходит**  
силу связи с концептом "Концепт 2"

<< Предыдущая пара связей      Следующая пара связей >>

	1	2	Вес связи
▶ 1	1	9/8	0,9
2	8/9	1	0,8

Вес самой сильной связи: 0,90

Коэффициент согласия: 0

Суждения согласованы

Концепт обработан

Рис. 8. Задание весов двух связей с использованием альтернативной шкалы

Матрица парных сравнений для концепта

Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт 1"  
**совсем незначительно превосходит**  
силу связи с концептом "Концепт 2"

<< Предыдущая пара связей      Следующая пара связей >>

	1	2	3	Вес связи
▶ 1	1	9/8	9/8	1
2	8/9	1	9/8	0,9245
3	8/9	8/9	1	0,8547

Вес самой сильной связи: 1,00

Коэффициент согласия: 0,0038

Суждения согласованы

Концепт обработан

Рис. 9. Задание весов трех связей с использованием альтернативной шкалы

Теперь отметим тот факт, что числовые оценки альтернативной шкалы намного лучше согласуются с соответствующими им словесными описаниями, чем это наблюдалось в классической шкале. В частности, возвращаясь к рассмотренному примеру сравнения трех величин, обратим внимание, что в предлагаемой шкале два незначительных превосходства по транзитивности приводят к значительному превосходству, а не абсолютному, что более реалистично:  $\frac{9}{7} \cdot \frac{9}{7} = \frac{81}{49} \approx \frac{9}{5}$ .

Наконец, продемонстрируем простоту достижения согласованности матрицы парных сравнений ( $CR = 0,0016 < 0,1$ ) в той ситуации, когда при использовании классической шкалы не получилось достигнуть согласованности (рис. 10).

Матрица парных сравнений для концепта

Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт 1"  
**явно превосходит**  
силу связи с концептом "Концепт 3"

<< Предыдущая пара связей      Следующая пара связей >>

	1	2	3	Вес связи
▶ 1	1	9/5	9/3	1
2	5/9	1	9/5	0,57
3	3/9	5/9	1	0,3249

Вес самой сильной связи: 1,00

Коэффициент согласия: 0,0016

Суждения согласованы

Концепт обработан

Рис. 10. Достижение согласованности с использованием альтернативной шкалы

Для альтернативной шкалы был рассчитан случайный индекс согласованности (табл. 3). Также были подтверждены значения случайного индекса



согласованности для классической шкалы, представленные в [10].

Таблица 3. Значения случайного индекса согласованности для обеих шкал

Порядок матрицы	Случайный $CI$ для классической шкалы	Случайный $CI$ для альтернативной шкалы
3	0,52	0,205
4	0,88	0,333
5	1,11	0,417
6	1,25	0,475
7	1,34	0,517
8	1,4	0,547
9	1,45	0,571
10	1,49	0,59

### С. Согласование экспертных оценок, получаемых при различных способах группировки связей

Рассмотрим теперь другую проблему, также возникающую при определении весов связей НКК с помощью метода парных сравнений, но не связанную с используемой шкалой оценки превосходства.

Для этой цели рассмотрим фрагмент НКК, в котором уже известны направления и знаки связей между концептами, но веса этих связей еще не были определены (рис. 11). Обратим внимание, что связь от концепта  $A$  к концепту  $B$  может оцениваться дважды, благодаря возможности выбора любого из двух способов группировки связей.

Пусть при оценивании силы влияния концепта  $A$  на концепты  $B$  и  $D$  (т.е. при группировке по исходящим связям) был получен результат, представленный на рис. 12.

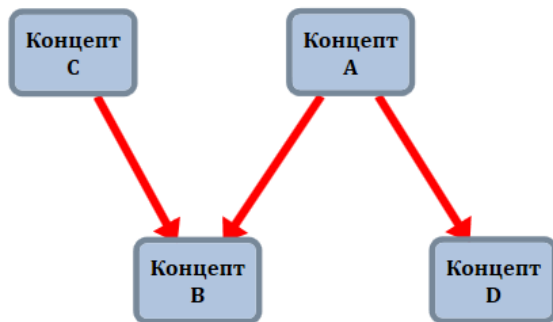


Рис. 11. Фрагмент НКК с возможностью группировки связей двумя способами

Матрица парных сравнений для концепта

Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт В" почти значительно превосходит силу связи с концептом "Концепт Д"

<< Предыдущая пара связей >> >> Следующая пара связей >>

	2	4	Вес связи
▶ 2	1	9/6	0,9
4	6/9	1	0,6

Вес самой сильной связи: 0,90

Коэффициент согласия: 0

Суждения согласованы

Концепт обработан

Рис. 12. Результат оценивания при группировке по исходящим связям

С другой стороны, допустим, что при оценивании силы влияния на концепт  $B$  со стороны концептов  $A$  и  $C$  (т.е. при группировке по входящим связям) получили результат, представленный на рис. 13.

Матрица парных сравнений для концепта

Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт А" значительно уступает силе связи с концептом "Концепт С"

<< Предыдущая пара связей >> >> Следующая пара связей >>

	1	3	Вес связи
▶ 1	1	5/9	0,5
3	9/5	1	0,9

Вес самой сильной связи: 0,90

Коэффициент согласия: 0

Суждения согласованы

Концепт обработан

Рис. 13. Результат оценивания при группировке по входящим связям

Таким образом, сила влияния концепта  $A$  на концепт  $B$  была оценена дважды: равной 0,9 и равной 0,5. Возникает вопрос о том, как на основе этих двух оценок рассчитать итоговую силу влияния.

Покажем для начала, что наиболее очевидное решение (а именно, принять  $w_{AB}$  равным 0,7, т.е. среднему значению между имеющимися оценками) является недопустимым. В таком случае возникнут следующие проблемы.

1. Если не изменять полученные значения  $w_{AD}$  и  $w_{CB}$ , то будут нарушены условия, заданные экспертом в ходе выполнения процедур парных

сравнений:  $\frac{0,7}{0,6} \neq \frac{9}{6}$  и  $\frac{0,7}{0,9} \neq \frac{5}{9}$ .

2. Если попытаться скорректировать значения  $w_{AD}$  и  $w_{CB}$  таким образом, чтобы они удовлетворяли этим условиям, то получим:

$$\frac{0,7}{w_{CB}} = \frac{5}{9}, w_{CB} = 1,26 > 1 \text{ (т.е. будет нарушено}$$

ограничение на значения весов связей НКК Силова).

Обратим также внимание, что приведенные на рис. 12-13 матрицы парных сравнений не противоречат друг другу – таким образом, предложение эксперту пересмотреть матрицы на предмет корректировки в данном случае не будет обоснованным.

Заметим теперь, что расхождение в оценке силы влияния  $w_{AB}$  вызвано отсутствием согласования коэффициентов силы связей при разных способах группировки связей. Это, в свою очередь, объясняется тем обстоятельством, что процессы оценивания сил влияний при разных способах группировки связей являются независимыми друг от друга.

Попробуем перейти к таким весам, которые удовлетворяют условиям, что были заданы экспертом

(то есть  $\frac{w_{AB}}{w_{AD}} = \frac{9}{6}$  и  $\frac{w_{AB}}{w_{CB}} = \frac{5}{9}$ ), и при этом не выходят за

пределы диапазона допустимых значений, то есть  $\max(w_{AB}, w_{AD}, w_{CB}) \leq 1$ .

Задача подбора таких весов может быть переформулирована через задачу нахождения собственного вектора симметричной матрицы, представленной в табл. 4. В такой матрице недостающие значения могут быть доопределены по транзитивности на основе имеющихся значений.

Таблица 4. Матрица согласования экспертных оценок, полученных при различных способах группировки связей

	$w_{AB}$	$w_{AD}$	$w_{CB}$	CB	Веса ( $k=0,9$ )
$w_{AB}$	1	9/6	5/9	0,462	0,5
$w_{AD}$	6/9	1	10/27	0,308	0,33
$w_{CB}$	9/5	27/10	1	0,832	0,9

Вышеописанным условиям удовлетворяют любые веса, полученные из собственного вектора при коэффициенте силы связей  $k \in (0,1]$ . Задачу подбора окончательного значения этого коэффициента следует оставить за экспертом.

Описанный подход также может использоваться и в более сложных ситуациях – единственным требованием является то, чтобы расхождения возникали не по причине противоречий между матрицами парных сравнений.

Теперь рассмотрим простейшую ситуацию, когда составленные экспертом матрицы парных сравнений

действительно могут друг другу противоречить (рис. 14).

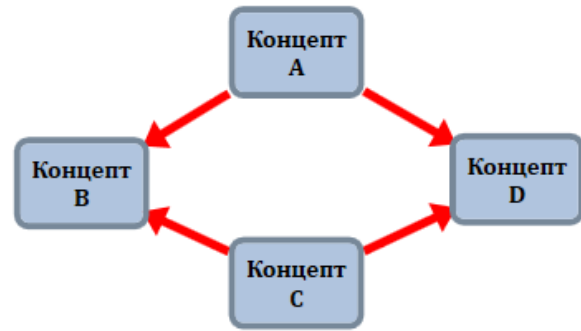


Рис. 14. Фрагмент НКК с риском получения противоречий в оценках сил влияний

Единственно отличие данного примера от предыдущего (рис. 11) – наличие связи между концептами С и D. Однако за счет добавления этой связи появляется информационная избыточность: для 4 связей теперь можно провести 4 процедуры парных сравнений.

Допустим, с одной стороны, эксперт указал, что  $\frac{w_{AB}}{w_{AD}} = \frac{9}{6}$  и  $\frac{w_{AB}}{w_{CB}} = \frac{5}{9}$ , откуда  $\frac{w_{AD}}{w_{CB}} = \frac{10}{27}$ . А с другой

стороны,  $\frac{w_{CD}}{w_{AD}} = \frac{8}{9}$  и  $\frac{w_{CD}}{w_{CB}} = \frac{9}{7}$ , откуда  $\frac{w_{AD}}{w_{CB}} = \frac{81}{56}$ .

Возможны следующие варианты решения полученного противоречия.

1. Проводить не все возможные процедуры парных сравнений, а ровно столько, сколько необходимо для построения непрерывного отношения превосходства для всех связей – например, в рассмотренном случае, три. Этот вариант проще, но может дать менее адекватную оценку сил влияний за счет того, что часть доступной экспертной информации игнорируется.
2. При выявлении противоречия оценить его степень и, если она превышает некоторый заранее определенный порог, обязать эксперта пересмотреть матрицы, чтобы степень противоречия снизилась до допустимой. Этот вариант сложнее с точки зрения практической реализации и временных затрат, но в конечном итоге приведет к получению более адекватной оценки сил влияний.

## VI. МЕТОД МНОЖЕСТВ УРОВНЯ

*А. Описание метода применительно к задаче определения весов связей НКК*

Пусть  $E = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$  – область определения (множество сравниваемых концептов);  $A$  – нечеткое множество на  $E$ , функцию принадлежности которого требуется построить.

Метод множеств уровня [13] использует понятие множества  $\alpha$ -уровня ( $\alpha$ -среза) нечеткого множества.

Множеством  $\alpha$ -уровня нечеткого множества  $A$  называется четкое подмножество  $A_\alpha$  универсального множества (области определения)  $E$ , все элементы которого принадлежат нечеткому множеству  $A$ , со степенью, не меньшей  $\alpha$ :

$$A_\alpha = \{e \mid \mu_A(e) \geq \alpha, e \in E\}. \quad (8)$$

Обозначим  $\mu_A(e_j) = a_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ). Значения  $a_j$  являются искомыми.

Обобщенный алгоритм метода множеств уровня выглядит следующим образом.

1. С каждым элементом  $e_j$  области определения связывается величина  $T_j$ , первоначально равная нулю.
2. Определяется объем выборки  $M$  (значение  $M$  не должно быть очень малым).
3. На отрезке  $[0, 1]$ , начиная с его правой границы, выбираются  $M$  равноотстоящих точек, множество которых будем обозначать через  $S$ . Например, если  $M = 25$ , то  $S = \{1; 0,96; 0,92; \dots; 0,08; 0,04\}$ .
4. Случайным образом без возвращения из множества  $S$  выбирается элемент  $\alpha_i$ .
5. Эксперт отвечает на вопрос, какие элементы  $e_j$ , по его мнению, принадлежат множеству уровня  $\alpha_i$  искомого нечеткого множества  $A$ , т.е. имеют степень принадлежности, не меньшую  $\alpha_i$ .
6. Если элемент  $e_j$  был включен экспертом в множество уровня  $A_{\alpha_i}$ , построенное на шаге 5, то

$$T_j = T_j + \frac{1}{k_i}, \quad (9)$$

где  $k_i$  – общее число элементов, включенное экспертом в это множество.

7. Шаги 4–6 повторяются до тех пор, пока множество  $S$  не окажется пустым.
8. Для всех  $e_j$  вычисляются  $P(e_j) = T_j/M$ .
9. Элементы  $e_j$  переупорядочиваются таким образом, чтобы выполнялось соотношение  $P(e_1) \leq P(e_2) \leq \dots \leq P(e_n)$ .
10. По следующей формуле определяются значения  $a_j$  степеней принадлежности элементов  $e_j$  нечеткому множеству  $A$ :

$$a_k = (n - k + 1)P(e_k) + \sum_{j=1}^{k-1} P(e_j); \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

В сравнении с другими косвенными методами задания функции принадлежности, метод множеств уровня интересен тем, что он не требует априорного введения каких-либо аксиом и предположений относительно сравниваемых по принадлежности нечеткому множеству элементов области определения. Например, метод парных сравнений Саати исходит из предпосылки, что сравниваемые элементы связаны мультипликативным метризованным отношением, поэтому применение данного метода становится затруднительным в тех случаях, когда нет оснований предполагать наличие такого отношения. Тем самым, метод множеств уровня является в этом плане более универсальным.

### В. Модификация метода множеств уровня

В отличие от метода парных сравнений Саати, важной частью которого является формальная, теоретически обоснованная процедура оценки согласованности суждений эксперта (которая может служить определенной мерой доверия к полученным значениям степеней принадлежности), для метода множеств уровня такая процедура отсутствует.

Из определения множества уровня явным образом следует свойство монотонности таких множеств относительно вложенности:

$$\alpha_1 > \alpha_2 \Rightarrow A_{\alpha_1} \subset A_{\alpha_2}. \quad (11)$$

Однако в рамках метода к эксперту не предъявляются требования, в соответствии с которыми его суждения должны быть согласованы с этим условием. В исходной работе Р. Ягера [13] отмечается, что даже в случае наличия несогласованности в суждениях эксперта метод все равно приведет к определению степеней принадлежности. Также в работе содержится упоминание о том, что если несогласованность будет очень велика, то можно попросить эксперта пересмотреть свой выбор, сообщив ему о результатах расчетов.

При этом, как уже отмечалось, в работе не представлено никакой методики оценки согласованности суждений, а также соображений о том, в каких случаях степень несогласованности можно считать достаточной для того, чтобы она служила основанием для пересмотра и корректировки экспертных суждений. Таким образом, осмысленность и достоверность результатов, получаемых с помощью метода множеств уровня, не контролируется в рамках самого метода и определяется в основном степенью компетентности и добросовестности эксперта, а также уровнем его внимательности при вынесении суждений.

В то же время, параметрическая идентификация НКК является весьма ответственным этапом в процессе ее построения, поскольку от степени обоснованности и достоверности весов связей НКК существенно зависят результаты ее анализа, а также принятые по результатам этого анализа управленческие решения. Поэтому обеспечение высокой степени согласованности и непротиворечивости получаемых по итогам данного этапа результатов (весов связей) является актуальной задачей.

С этой целью в авторской работе [14] предпринята попытка устранить указанный недостаток метода множеств уровня: предлагается процедура оценки согласованности суждений эксперта, и вводится критерий оценки достаточности степени согласованности. Значения данного критерия могут служить индикатором целесообразности пересмотра и корректировки экспертом своих суждений.

Для изложения предлагаемой процедуры в работе был обоснован переход к более наглядной форме представления суждений эксперта (табл. 5).

Таблица 5. Представление суждений эксперта

с помощью бинарной матрицы

$\alpha$	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$\alpha_1$	$B_{1,1}$	$B_{1,2}$	...	$B_{1,n}$
$\alpha_2$	$B_{2,1}$	$B_{2,2}$	...	$B_{2,n}$
...	...	...	...	...
$\alpha_m$	$B_{m,1}$	$B_{m,2}$	...	$B_{m,n}$

Тем самым, на выходе метода, помимо самих данных, имеем бинарную матрицу  $B$ , строки которой соответствуют уровням, столбцы – элементам нечеткого множества. Элемент матрицы  $b_{ij}$  равен 1, если эксперт указал на принадлежность элемента  $x_j$  множеству уровня  $\alpha_i$ , и равен 0 в противном случае.

С учетом условия (11), можно сформулировать условие согласованности суждений эксперта относительно отдельного элемента области определения. Будем считать, что суждения являются согласованными относительно элемента  $x_j$ , если

$$\forall i, k (B_{i,j} = 1) \wedge (B_{k,j} = 0) \Rightarrow i < k. \quad (12)$$

Сама предлагаемая процедура основана на оценке количества перестановок элементов в столбце матрицы, приводящих к выполнению условия (12), и включает следующие шаги.

1. Элементу нечеткого множества  $x_j$  ставится в соответствие величина  $m_j$ , изначально равная 0.
2. Столбец матрицы просматривается сверху вниз на предмет обнаружения ситуаций нарушения согласованности:  $B_{ij} = 0$ , но  $B_{i+1,j} = 1$  (т.е. обнаружения единицы под нулем). Если такая ситуация не обнаружена, то процедура завершается, и полученное значение  $m_j$  характеризует степень согласованности суждений относительно элемента  $x_j$ . Иначе осуществляется переход к следующему шагу.
3. Выполняется обмен местами значений 0 и 1 в обнаруженных позициях, значение  $m_j$  увеличивается на 1, и осуществляется возврат к шагу 2.

Отмечается, что величина  $m_j$  характеризуется следующими свойствами:

- а)  $m_j = 0$  в случае полностью согласованных суждений;
- б)  $m_j > 0$  при наличии несогласованности;
- в)  $m_j$  принимает максимальное значение в случае «антиупорядоченности» суждений, т.е. если элемент  $x_j$  содержится во всех множествах выше некоторого уровня, но не содержится во всех множествах ниже него;
- г)  $m_j$  принимает сравнительно небольшие значения в случаях, когда нарушение согласованности можно объяснить случайной ошибкой эксперта.

В работе показано, что критерием необходимости пересмотра суждений эксперта является близость значения  $m_j$  к величине  $m_{cp}$ , которая является математическим ожиданием величины  $m_j$  для случайного набора суждений при заданном  $M$ . Значение

$m_{cp}$  может быть вычислено по формуле:

$$m_{cp} = \frac{M(M-1)}{8}. \quad (13)$$

## VII. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА МОДИФИЦИРОВАННЫХ МЕТОДОВ

Экспериментальная проверка модификаций метода парных сравнений и метода множеств уровня применительно к задаче параметрической идентификации НКК будет проводиться следующим образом. Для испытания обоих методов будем использовать фрагмент НКК (рис. 15), в котором на момент начала эксперимента уже определены направления и знаки влияний (будем рассматривать случай с положительными влияниями, учитывая, что обработка отрицательных влияний осуществляется аналогичным образом), но еще не определялись их интенсивности (веса связей).

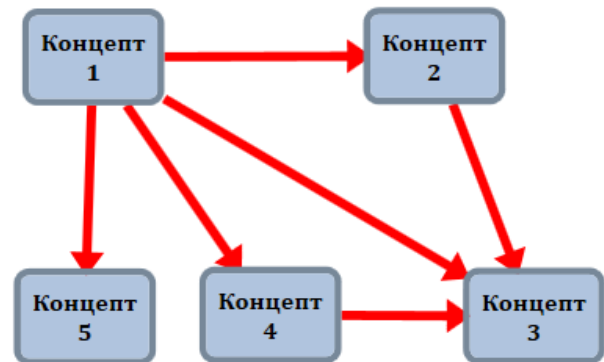


Рис. 15. Фрагмент НКК для экспериментальной проверки

Проведем поочередно параметрическую идентификацию данной НКК с использованием модифицированного метода парных сравнений и с использованием модифицированного метода множеств уровня. Критерием успешности экспериментальной проверки будем считать отсутствие серьезных расхождений в оценках весов связей, полученных при применении обоих методов.

Обратим внимание, что множество всех связей в данной НКК может быть сгруппировано в два подмножества:

- а) множество связей, исходящих из концепта №1;
- б) множество связей, входящих в концепт №3.

В связи с этим рассмотрим следующие два дискретных нечетких множества:

- а) множество концептов, подверженных влиянию со стороны концепта №1;
- б) множество концептов, влияющих на концепт №3.

Таким образом, построения функций принадлежности этих двух нечетких множеств будет достаточно для определения весов всех связей в НКК.

Применение модифицированного метода парных сравнений подразумевает использование альтернативной шкалы оценки превосходства, а также подхода к согласованию экспертных оценок,

получаемых при различных способах группировки связей.

Матрицы парных сравнений для обоих множеств представлены на рис. 16-17. В обоих случаях была достигнута требуемая степень согласованности ( $CR = 0,0033 < 0,1$  и  $CR = 0,0011 < 0,1$  соответственно). Также следует обратить внимание на то, что коэффициенты силы связей, задаваемые для каждой отдельной матрицы, могут быть в данном случае проигнорированы, поскольку не будут использоваться на последующих этапах вычислений в рамках описываемого подхода.

Матрица парных сравнений для концепта  
Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт 2"  
**незначительно превосходит**  
силу связи с концептом "Концепт 3"

<< Предыдущая пара связей      Следующая пара связей >>

	2	3	4	5	Вес связи
▶ 2	1	9/7	9/5	9/2	1
3	7/9	1	9/6	9/3	0,7614
4	5/9	6/9	1	9/4	0,5319
5	2/9	3/9	4/9	1	0,2371

Вес самой сильной связи: 1,00

Коэффициент согласия: 0,0033

Суждения согласованы

Концепт обработан

Рис. 16. Матрица парных сравнений для множества связей, исходящих из концепта № 1

Матрица парных сравнений для концепта  
Сравнение пары связей:

Сила связи с концептом "Концепт 1"  
**совсем незначительно превосходит**  
силу связи с концептом "Концепт 2"

<< Предыдущая пара связей      Следующая пара связей >>

	1	2	4	Вес связи
▶ 1	1	9/8	9/5	1
2	8/9	1	9/6	0,87
4	5/9	6/9	1	0,5676

Вес самой сильной связи: 1,00

Коэффициент согласия: 0,0011

Суждения согласованы

Концепт обработан

Рис. 17. Матрица парных сравнений для множества связей, входящих в концепт № 3

На основании приведенных матриц парных сравнений была составлена матрица, содержащая экспертные оценки для обоих случаев группировки связей (табл. 6). Выделенные полужирным начертанием элементы были доопределены по транзитивности на основании имеющихся и представляют собой приоритеты связей над теми связями, с которыми они не сравнивались

экспертом непосредственно. Также в таблице приведены значения элементов собственного вектора полученной матрицы. На основании собственного вектора получены веса связей, также приведенные в таблице (единый коэффициент силы связей был задан равным 0,85).

Таблица 6. Матрица согласования экспертных оценок, полученных при различных способах группировки связей

	$w_{1-2}$	$w_{1-3}$	$w_{1-4}$	$w_{1-5}$	$w_{2-3}$	$w_{4-3}$
$w_{1-2}$	1	9/7	9/5	9/2	<b>81/56</b>	<b>81/35</b>
$w_{1-3}$	7/9	1	9/6	9/3	9/8	9/5
$w_{1-4}$	5/9	6/9	1	9/4	<b>54/72</b>	<b>54/45</b>
$w_{1-5}$	2/9	3/9	4/9	1	<b>27/72</b>	<b>27/45</b>
$w_{2-3}$	<b>56/81</b>	8/9	<b>72/54</b>	<b>72/27</b>	1	9/6
$w_{4-3}$	<b>35/81</b>	5/9	<b>45/54</b>	<b>45/27</b>	6/9	1
CB	0,625	0,479	0,329	0,153	0,421	0,269
Веса	0,85	0,651	0,448	0,208	0,573	0,366

При применении модифицированного метода множеств уровня уделим особое внимание этапу проверки суждений эксперта на согласованность. Пусть при обработке первого множества связей (табл. 7) эксперт допустил высокую степень несогласованности суждений в отношении одной из оцениваемых связей. Поскольку оценка степени несогласованности превышает среднюю величину таковой при  $M = 12$  (а именно,  $m_j = 17$  при средней величине  $m_{cp} = 16,5$ ), то эксперту предлагается пройти процедуру заново. При повторном прохождении процедуры степень несогласованности суждений снизилась до допустимых значений (табл. 8). Аналогично была произведена обработка второго множества связей (табл. 9).

Таблица 7. Недостаточно согласованные суждения эксперта в случае группировки по исходящим связям

$\alpha$	$w_{1-2}$	$w_{1-3}$	$w_{1-4}$	$w_{1-5}$
<b>0,083</b>	1	1	1	1
<b>0,167</b>	1	1	1	0
<b>0,250</b>	0	1	1	0
<b>0,333</b>	0	1	0	1
<b>0,417</b>	1	1	1	0
<b>0,500</b>	0	0	0	0
<b>0,583</b>	1	1	0	0
<b>0,667</b>	0	1	1	0
<b>0,750</b>	1	0	0	0
<b>0,833</b>	1	0	0	0
<b>0,917</b>	1	0	0	0
<b>1</b>	0	0	0	0
$m_j$	17	2	4	2
Вес	0,833	0,708	0,542	0,25

Таблица 8. Достаточно согласованные суждения эксперта в случае группировки по исходящим связям

$\alpha$	$w_{1-2}$	$w_{1-3}$	$w_{1-4}$	$w_{1-5}$
0,083	1	1	1	1
0,167	1	1	1	0
0,250	1	1	1	0
0,333	1	1	0	1
0,417	1	1	1	0
0,500	1	0	0	0
0,583	1	1	0	0
0,667	0	1	1	0
0,750	1	0	0	0
0,833	0	0	0	0
0,917	1	0	0	0
1	0	0	0	0
$m_j$	3	2	4	2
Вес	0,833	0,625	0,486	0,194

Таблица 9. Достаточно согласованные суждения эксперта в случае группировки по входящим связям

$\alpha$	$w_{1-3}$	$w_{2-3}$	$w_{4-3}$
0,111	1	1	1
0,222	1	1	1
0,333	1	1	0
0,444	1	1	1
0,556	1	0	0
0,667	0	0	0
0,778	1	1	0
0,889	0	0	0
1	0	0	0
$m_j$	1	2	1
Вес	0,667	0,556	0,333

Обратим внимание, что связь  $w_{1-3}$  получила две различающиеся оценки при различных способах группировки связей: 0,625 и 0,667. Тот факт, что степень различия в этих оценках невысока, также является подтверждением (хотя и косвенным) достаточной согласованности суждений эксперта. В качестве итогового значения веса данной связи примем среднее значение 0,646.

Сведем результаты, полученные при применении обоих методов, в табл. 10. Анализируя степень расхождений между значениями весов одних и тех же связей, полученными с применением разных методов, приходим к выводу, что значительные расхождения отсутствуют. Таким образом, следует считать, что экспериментальная проверка успешно пройдена обоими модифицированными методами.

Таблица 10. Результаты параметрической идентификации

Метод	Значения весов связей					
	$w_{1-2}$	$w_{1-3}$	$w_{1-4}$	$w_{1-5}$	$w_{2-3}$	$w_{4-3}$
МПС	0,85	0,651	0,448	0,208	0,573	0,366
ММУ	0,83	0,646	0,486	0,194	0,556	0,333
Расхождения между результатами, полученными двумя методами, %						

2,04	0,77	8,48	7,22	3,06	9,91
------	------	------	------	------	------

#### VIII. ТЕКУЩЕЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЧЕТКИХ КОГНИТИВНЫХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Как отмечалось ранее, некоторые концепты могут задавать количественные параметры исследуемой системы, и, следовательно, иметь числовые переменные состояния. Если при этом имеется статистическая информация о значениях этих переменных, то эту информацию можно использовать для идентификации весов связей между такими концептами вместо экспертных оценок. Таким образом, наряду с экспертными методами, для идентификации параметров НКК можно использовать статистические методы. При этом возможность использования того или иного метода определяется характером имеющейся статистической информации.

Так, в случае, если статистические данные о концептах представлены в виде пространственной выборки, для определения знаков и интенсивностей влияний между ними может быть применена линейная регрессионная модель. Метод, основанный на применении парной линейной регрессии, предложен в монографии [15] (разделы 4.2-4.3). С его помощью возможно идентифицировать знак и интенсивность влияния между двумя концептами. Вместе с тем, типичной ситуацией при построении НКК является необходимость задания множественных влияний на концепт (т.е. со стороны двух и более концептов). Поэтому интерес представляют различные варианты обобщения упомянутого метода, которые основаны на применении множественного регрессионного анализа и позволяют идентифицировать параметры влияния на концепт со стороны нескольких концептов.

Попытки применения корреляционного и множественного регрессионного анализа для построения нечетких когнитивных моделей социально-экономических систем были предприняты в работах [16], [17]. Тем не менее, представленные в данных работах результаты нельзя считать удовлетворительными по нескольким причинам. Во-первых, авторы используют корреляционно-регрессионный анализ для выявления самого факта наличия причинно-следственной зависимости между концептами, а также для установления направления этой зависимости. Вместе с тем, хорошо известно, что высокое значение коэффициента корреляции между факторами, как и достоверность построенной с их участием регрессионной модели, не являются достаточными основаниями для вывода о существовании причинно-следственной связи между этими факторами (тем более, не представляется возможным достоверно определить указанными способами направление этой связи). Во-вторых, в качестве весов связей между концептами авторы предлагают использовать значения коэффициентов регрессионных уравнений. Однако, полученные таким

образом веса могут принимать значения, выходящие за границы диапазона  $[-1, 1]$ , что противоречит формальному определению НКК Силова. Наконец, в данных работах не исследуется проблема мультиколлинеарности, т.е. высокой взаимной корреляции объясняющих переменных в регрессионных моделях, что неизбежно приводит к наличию в полученных НКК большого количества избыточных связей.

Подход, предлагаемый далее в настоящей работе, также основан на множественном регрессионном анализе и при этом свободен от перечисленных недостатков. Тем не менее, ряд проблем, связанных с идентификацией нечетких когнитивных моделей на основе статистических данных, по-прежнему остается актуальным.

Прежде всего отметим, что поскольку моделируемые системы являются динамическими (т.е. их состояние изменяется с течением времени), то весьма вероятно, что статистическая информация о них чаще всего будет представляться в форме временных рядов. В подобной ситуации регрессионный анализ плохо применим, поскольку одной из его предпосылок является представление данных в виде пространственной выборки. С учетом этого, представляется целесообразной разработка методов идентификации весов связей между концептами на основе анализа временных рядов. Частично этот вопрос затрагивался в работе [18], однако в ней не был предложен подход к идентификации, основанный непосредственно на анализе временных рядов – основное внимание было уделено корреляционному анализу.

Кроме того, перспективной представляется задача разработки методов структурной идентификации НКК на основе статистических данных. При этом, как было упомянуто выше, методы, основанные на анализе пространственной выборки, не позволяют решить вопрос установления причинно-следственной связи между концептами. В то же время, как будет показано далее, методы анализа временных рядов такую возможность предоставляют.

Дальнейшее изложение построено следующим образом. В следующем разделе приводится описание подхода к параметрической идентификации НКК с применением множественного регрессионного анализа. Далее описываются подходы к структурной и параметрической идентификации НКК на основе применения методов анализа временных рядов. Затем предлагается подход к построению НКК на основе обработки разнородной (и экспертной, и статистической) информации. Наконец, приводится описание процесса экспериментальной проверки всех предложенных подходов.

#### IX. ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЧЕТКИХ КОГНИТИВНЫХ КАРТ СИЛОВА НА ОСНОВЕ МНОЖЕСТВЕННОГО РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА

Материал данного раздела является развитием

результатов исследования, представленного авторами в работе [8].

Пусть в соответствии с представлениями эксперта концепт  $Y$  подвержен влиянию со стороны концептов  $X_1, \dots, X_p$ , т.е. из всех вершин, соответствующих концептам  $X_1, \dots, X_p$ , исходят дуги, входящие в вершину, соответствующую концепту  $Y$ .

Пусть также имеются статистические данные о состояниях этих концептов в виде пространственной выборки из  $n$  наблюдений ( $n > p + 1$ ), где  $i$ -е наблюдение представляет собой ряд значений:  $x_{i1}, \dots, x_{ip}, y_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ).

Тогда для оценки значений весов  $w_1, \dots, w_p$ , определяющих интенсивности влияний концептов  $X_1, \dots, X_p$  на концепт  $Y$ , может быть применен множественный регрессионный анализ. Также должны быть соблюдены условия применимости регрессионного анализа, описанные, например, в [19].

Модель множественной линейной регрессии имеет вид [19]:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i, \quad (14)$$

где  $i = 1, \dots, n$ , или, в матричной форме:

$$Y = X\beta + \varepsilon, \quad (15)$$

где  $\beta$  – вектор параметров,  $\varepsilon$  – вектор возмущений.

Исходя из вида модели (14), при ее применении требуется согласиться с предположением об аддитивном характере взаимовлияний концептов: совместное влияние двух или нескольких концептов определяется суммой их влияний по отдельности.

Оценкой модели (15) по выборке является следующее уравнение:

$$\hat{Y} = Xb + e. \quad (16)$$

Вектор коэффициентов регрессии определяется с помощью метода наименьших квадратов:

$$b = (X'X)^{-1}X'Y. \quad (17)$$

Далее оценивается адекватность модели в целом и значимость отдельных ее параметров.

Для оценки качества множественной регрессии модели целесообразно использовать скорректированный коэффициент детерминации  $\hat{R}^2$ :

$$\hat{R}^2 = 1 - \frac{(n-1)e'e}{(n-p-1)y'y}. \quad (18)$$

где  $e = Y - Xb$ ,  $y = Y - \bar{Y}$ .

Значимость уравнения регрессии может быть оценена по  $F$ -критерию Фишера-Снедекора, а значимость отдельных коэффициентов регрессии – по  $t$ -критерию Стьюдента [19].

Важным этапом построения качественной модели множественной регрессии является ее проверка на наличие мультиколлинеарности, под которой понимается высокая взаимная коррелированность объясняющих переменных (влияющих концептов). О ее наличии могут говорить следующие признаки:

- высокие (больше 0,7-0,8) коэффициенты корреляции между некоторыми парами объясняющих переменных;

- высокие (больше 0,6) множественные коэффициенты детерминации между одной из объясняющих переменных и группой других;
- определитель матрицы  $X'X$  либо ее минимальное собственное значение близки к нулю.

Мультиколлинеарность ухудшает адекватность регрессионной модели (вплоть до того, что коэффициенты регрессии перестают нести реальный смысл, например, имеют неправильные с точки зрения предметной области знаки), поэтому ее следует устранять. Самый простой метод устранения мультиколлинеарности состоит в том, что из двух сильно коррелированных объясняющих переменных одну исключают из рассмотрения. В терминах когнитивного моделирования это означает, что из модели должна быть удалена связь между влияющим концептом, который соответствует исключенной переменной, и зависимым концептом.

Рассмотрим фрагмент когнитивной карты, изображенный на рис. 18. Видно, что эксперт явно указал на наличие связи между концептами  $X_1$  и  $X_2$ , которые, одновременно с этим, оба оказывают влияние на концепт  $Y$ . В этом случае при обнаружении мультиколлинеарности между  $X_1$  и  $X_2$  целесообразно предложить эксперту удалить связь между  $X_1$  и  $Y$  и считать, что все влияние  $X_1$  на  $Y$  реализуется транзитивно через концепт  $X_2$ .

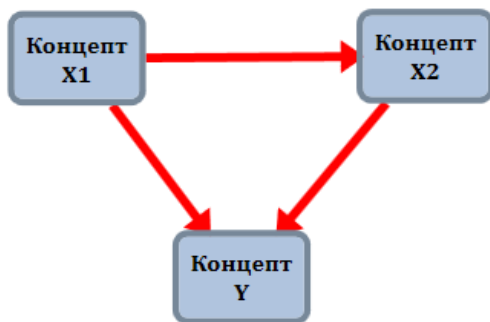


Рис. 18. Иллюстрация мультиколлинеарности

В случае отсутствия экспертной информации о наличии связей между влияющими концептами, в соответствующей регрессионной модели следует оставить ту из двух переменных, которая сильнее коррелирует с зависимой переменной.

Пример более сложной ситуации построения множественной регрессионной модели в условиях мультиколлинеарности будет рассмотрен далее в рамках экспериментальной проверки.

Итак, пусть регрессионная модель построена, ее коэффициенты найдены и оказались значимыми. Однако коэффициенты регрессии не могут быть напрямую использованы для оценки силы влияния между концептами по причине своей зависимости от единиц измерения, в которых представлены статистические данные. Коэффициент регрессии  $b_i$  показывает, на сколько единиц в среднем изменится значение  $Y$  при увеличении только  $X_i$  на одну единицу. Из-за «привязки»

к единицам измерения возникают следующие проблемы.

1. В случае перевода статистических данных о влияющем концепте в другие единицы измерения соответствующий ему коэффициент регрессии изменится (на столько порядков, на сколько различаются старая и новая единицы измерения). Вместе с тем, характер зависимости (т.е. ее знак и интенсивность) от этого не изменится.
2. В случае множественного влияния по коэффициентам регрессии невозможно оценить, какой из концептов оказывает более сильное влияние, а какой – более слабое. Статистические данные даже для «однородных» концептов могут быть представлены в разных единицах, не говоря уже о том, что концепты могут быть «разнородными», т.е. измеряться в принципиально несравнимых друг с другом единицах.

Таким образом, возникает необходимость перехода от коэффициентов регрессии к безразмерным показателям, которые не зависят от единиц измерения, но при этом сохраняют способность, как и коэффициенты регрессии, отражать силу связи между концептами.

В качестве таких показателей могут быть использованы коэффициенты эластичности:

$$E_i = b_i \frac{\bar{x}_i}{\bar{y}}, \quad (19)$$

где  $\bar{x}_i$  и  $\bar{y}$  – выборочные средние.

Коэффициент эластичности  $E_i$  показывает, на сколько процентов от своего среднего значения изменится в среднем значение  $y$  при увеличении только значения  $x_i$  на 1% от его среднего значения.

Другим допустимым вариантом является использование *стандартизованных* коэффициентов регрессии:

$$b'_i = b_i \frac{s_{x_i}}{s_y}, \quad (20)$$

где  $s_{x_i}$  и  $s_y$  – стандартные отклонения  $x_i$  и  $y$  по выборке.

Стандартизованный коэффициент регрессии  $b'_i$  показывает, на сколько величин  $s_y$  изменится в среднем значение  $y$  при увеличении только значения  $x_i$  на величину  $s_{x_i}$ .

Независимо от того, какой из описанных показателей применяется, следует иметь в виду, что он может принимать любые значения, в том числе выходящие за пределы интервала  $[-1, 1]$ . Следовательно, при использовании коэффициентов эластичности или стандартизованных коэффициентов регрессии в качестве основы для задания весов, необходимо осуществлять нормализацию их значений. Дальнейшие рассуждения приводятся на примере применения коэффициентов эластичности, но справедливы и в случае выбора альтернативного показателя.

В монографии [15] нормализацию коэффициентов



эластичности предлагается производить с помощью нормировочной функции сигмоидального типа, симметричной относительно начала координат (угол наклона положительной и отрицательной ветвей графика одинаковый и зависит от единственного параметра). В то же время полезной представляется возможность отдельно настраивать параметры положительной и отрицательной ветвей нормировочной функции, чтобы обеспечить возможность нормализации положительных и отрицательных коэффициентов эластичности по разным правилам. Это может быть достигнуто путем использования асимметричной сигмоидальной функции следующего вида:

$$S(e_{ij}) = -1 + \frac{2}{(1 + \exp(-be_{ij}))^v}, \quad (21)$$

где  $e_{ij}$  – значение коэффициента эластичности;  $b$  – коэффициент, определяющий скорость роста функции;  $v$  – параметр, влияющий на несимметричность кривой.

Как и в случае с симметричной сигмоидальной функцией, значения функции (21) принадлежат отрезку  $(-1, 1)$ , т.е. максимально возможное влияние ( $w_{ij} = 1$  и  $w_{ij} = -1$ ) представляет собой «недостижимый идеал», к которому можно приблизиться, но нельзя достичь, что хорошо согласуется с практикой измерений.

Для идентификации функции (21) необходимо вычислить параметры  $v$  и  $b$  (они могут быть найдены с помощью численных методов), при которых функция удовлетворяет следующим условиям:

- $y(e_1) = \alpha_1$  (эксперт указывает, что коэффициенту эластичности  $e_1 > 0$  соответствует вес связи, равный  $\alpha_1 \in (0;1)$ );
- $y(e_2) = \alpha_2$  (эксперт указывает, что коэффициенту эластичности  $e_2 < 0$  соответствует вес связи, равный  $\alpha_2 \in (-1;0)$ ).

Одним из наиболее простых и естественных решений в выборе значений  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  является следующее. В качестве  $e_1$  и  $e_2$  принимаются медианные значения среди имеющихся положительных и отрицательных коэффициентов эластичности соответственно. Значения  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в таком случае задаются равными 0,5 и -0,5 соответственно, т.е. медианным значениям коэффициентов эластичности будут соответствовать средние по интенсивности влияния. Преимущество медианы перед средним арифметическим состоит в меньшей ее чувствительности к статистическим выбросам. В то же время, описанное решение не всегда применимо на практике. В частности, при малом количестве коэффициентов эластичности медианные значения в общем случае не будут адекватно отражать их распределение. Поэтому определение правил задания значений  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  в каждом конкретном случае является задачей экспертов.

Продemonстрируем на примерах возможности предлагаемой асимметричной сигмоидальной функции.

На рис. 19. представлен график несимметричной нормировочной функции при значениях параметров

$v = 3,67$  и  $b = 1,31$ , полученных при условиях  $\alpha_1 = 0,5$ ;  $e_1 = 1,4$ ;  $\alpha_2 = -0,5$ ;  $e_2 = -2$ . Подобная форма графика может соответствовать ситуации, когда отрицательные коэффициенты эластичности в среднем больше положительных по модулю, и призвана скомпенсировать этот дисбаланс. Противоположная же ситуация может потребовать использования функции, график которой представлен на рис. 20 (в данном случае  $v = 0,055$  и  $b = 0,356$ , при условиях  $\alpha_1 = 0,5$ ;  $e_1 = 2,5$ ;  $\alpha_2 = -0,5$ ;  $e_2 = -2$ ).

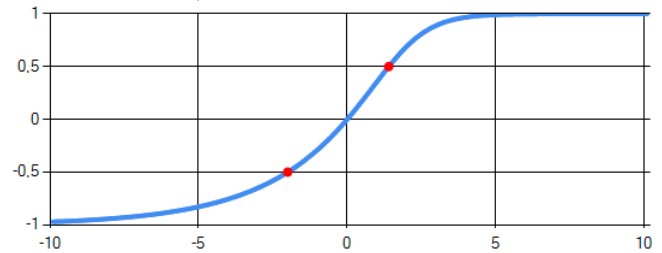


Рис. 19. График нормировочной функции при  $v = 3,67$  и  $b = 1,31$

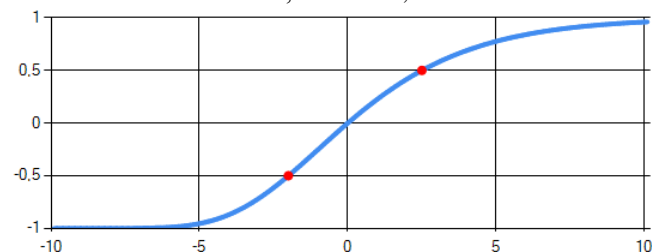


Рис. 20. График нормировочной функции при  $v = 0,055$  и  $b = 0,356$

#### Х. ИДЕНТИФИКАЦИЯ СТРУКТУРЫ И ПАРАМЕТРОВ НЕЧЕТКИХ КОГНИТИВНЫХ КАРТ СИЛОВА НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Материалы данного раздела развивают результаты исследования, представленного авторами в работе [20].

##### А. Применение теста Грэнджера на причинность в задаче структурной идентификации НКК Силова

Как отмечалось выше, решение о добавлении в когнитивную модель связи между двумя концептами принимается на основе экспертных представлений о моделируемой системе. Даже если имеются статистические данные о концептах в виде пространственной выборки, по таким данным невозможно установить ни наличие причинно-следственной зависимости между концептами, ни направление таковой в том случае, если она имеется. В этой ситуации статистическая информация используется лишь для идентификации знака и интенсивности влияния, если таковое, по мнению эксперта, имеет место.

Если же имеются статистические данные о некоторых концептах  $X$  и  $Y$  в виде временных рядов, то для проверки возможности и целесообразности добавления связи между ними можно использовать тест Грэнджера на причинность [21].

Идея теста состоит в следующем: если  $X$  влияет на  $Y$ , то изменения  $X$  должны предшествовать изменениям  $Y$ ,

но не наоборот. При этом должны выполняться два условия:

- $X$  должен вносить значимый вклад в прогноз  $Y$ ;
- $Y$  не должен вносить значимого вклада в прогноз  $X$ .

Если же каждая переменная вносит значимый вклад в прогноз другой, то возможны следующие варианты:

- между ними есть двунаправленная зависимость;
- существует третья переменная, влияющая на обе.

В тесте Грэнджера последовательно проверяются две нулевые гипотезы:

- « $X$  не является причиной  $Y$  по Грэнджеру»;
- « $Y$  не является причиной  $X$  по Грэнджеру».

Для проверки этих гипотез строятся две регрессии, в каждой из которых зависимой переменной является одна из проверяемых на причинность переменных, а регрессорами выступают лаги обеих переменных:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + \dots + a_p y_{t-p} + b_1 x_{t-1} + \dots + b_p x_{t-p} + \varepsilon_t; \quad (22)$$

$$x_t = c_0 + c_1 x_{t-1} + \dots + c_p x_{t-p} + d_1 y_{t-1} + \dots + d_p y_{t-p} + u_t. \quad (23)$$

Для каждой из регрессий (22) и (23) нулевая гипотеза заключается в том, что коэффициенты при лагах второй переменной одновременно равны нулю:

$$H_0^1: b_1 = \dots = b_p = 0; \quad (24)$$

$$H_0^2: d_1 = \dots = d_p = 0. \quad (25)$$

Для тестирования гипотез (24) и (25) следует применять F-тест. Чтобы прийти к заключению, что  $X$  влияет на  $Y$ , необходимо, чтобы первая гипотеза была отвергнута, а вторая принята (как правило, при уровне значимости, равном 0,05).

На результат теста Грэнджера влияет количество включенных в регрессии лаговых переменных. Поэтому рекомендуется проделывать данный тест при разных значениях  $p$ .

Наличие между переменными причинности по Грэнджеру не гарантирует существования между ними причинно-следственной связи, но означает *возможность* наличия такой связи. В то же время, отсутствие причинности по Грэнджеру гарантирует, что такой связи нет. Иными словами, обнаружение причинности по Грэнджеру между временными рядами является *необходимым, но не достаточным* условием наличия причинно-следственной связи между соответствующими концептами. Поэтому окончательное решение о добавлении связи в когнитивную модель остается за экспертом.

Итак, пусть в когнитивную модель были включены концепты  $X_1, \dots, X_n$ , о которых имеются данные в виде временных рядов  $x_t^1, \dots, x_t^n$ . Далее на этапе структурной идентификации необходимо выяснить, между какими парами концептов следует добавить связи. С этой целью следует провести описанный тест между рядами, соответствующими каждой паре концептов.

При этом необходимо учитывать, что влияния между концептами могут реализовываться не только

непосредственно, но и транзитивно. В последнем случае между соответствующими временными рядами также будет обнаружена причинность по Грэнджеру, но с более длинным лагом (т.е. при больших значениях  $p$ ), чем при непосредственном влиянии. Поскольку наличие связи между концептами в когнитивной модели означает, что изменение состояния концепта-причины приводит к изменению состояния концепта-следствия за один шаг (равный одному такту моделирования), то вопрос о добавлении связи следует поднимать лишь при обнаружении между временными рядами причинности при минимально возможном  $p$ . Для пояснения смысла данной рекомендации рассмотрим следующие примеры.

Предположим, необходимо определить наличие и направление связей между тремя концептами, обозначаемыми  $A$ ,  $B$  и  $C$ , каждому из которых соответствует некоторый временной ряд. Между каждой парой временных рядов был проведен описанный тест и получены следующие результаты:

- $A$  является причиной  $B$  при  $p_{AB} = 1$ ;
- $B$  является причиной  $C$  при  $p_{BC} = 1$ ;
- $A$  является причиной  $C$  при  $p_{AC} = 2$ .

Правдоподобной представляется гипотеза о том, что влияние  $A$  на  $C$  реализуется транзитивно через концепт  $B$  (изменения концепта  $A$  приводят к изменениям концепта  $C$  через 2 такта моделирования, при этом промежуточные влияния реализуются за 1 такт). Таким образом, в данном случае нет оснований предполагать существование прямой связи между  $A$  и  $C$ .

Допустим теперь, что был получен результат, согласно которому  $A$  является причиной  $C$  при  $p = 1$ . Очевидно, что гипотезу о транзитивном влиянии в таком случае следует отклонить, поскольку непосредственное влияние  $A$  на  $C$  реализуется быстрее (за меньшее число тактов моделирования), чем предполагаемое транзитивное (через  $B$ ). Поэтому основание предполагать существование прямой связи между  $A$  и  $C$  в данном случае имеется.

Обобщая рассмотренные примеры, сформулируем условие целесообразности добавления связи в когнитивную модель на основании результатов тестирования концептов на причинность по Грэнджеру. Добавление связи от концепта  $A$  к концепту  $C$  является целесообразным, если не существует такого концепта  $B$ , для которого выполняется неравенство  $p_{AC} \geq p_{AB} + p_{BC}$ .

Несмотря на то, что в приведенных примерах минимальное значение  $p$  было равно 1, в общем случае соблюдение такого равенства не гарантируется. При анализе реальных временных рядов может возникнуть ситуация, при которой даже непосредственным причинно-следственным связям между концептами будут соответствовать значения  $p > 1$ . Кроме того, для каждой пары непосредственно связанных концептов значения  $p$  могут различаться, т.е. влияния могут распространяться с разной скоростью (за разное число тактов моделирования). Такое явление будем называть разнотемповостью влияний.

Учет возможного наличия разнотемповости влияний

при сценарном моделировании может существенно повысить точность получаемых при помощи когнитивной модели прогнозов.

*В. Параметрическая идентификация НКК Силова на основе анализа модели временного ряда с распределенным лагом*

На этапе параметрической идентификации необходимо определить знаки и веса всех связей между концептами, добавленных в модель по итогам этапа структурной идентификации.

Выбирая модель временного ряда для задачи определения весов связей НКК, необходимо соотносить ее с моделью импульсного процесса, которую предполагается использовать для динамического анализа данной карты. Исследование различных моделей импульсного процесса можно найти в одной из предыдущих работ авторов [5].

Дальнейшее изложение предлагаемого подхода приводится на примере наиболее распространенной модели импульсного процесса – аддитивной модели с абсолютными изменениями. В рамках этой модели предполагается, что изменение состояния концепта  $Y$  на текущем шаге  $t$  определяется (не считая управляющих и внешних воздействий) абсолютными изменениями состояний влияющих концептов на предыдущем шаге  $(t-1)$ . При этом предыдущие изменения самого концепта  $Y$  не учитываются. С учетом этих обстоятельств, для простейшего случая (такого, когда влияние на концепт  $Y$  реализуется со стороны одного концепта  $X$ ) получаем выражение:

$$\Delta y_t = a_1 \Delta x_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (26)$$

где  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ ;  $\Delta x_{t-1} = x_{t-1} - x_{t-2}$ ;  $a_1$  – коэффициент, характеризующий интенсивность передачи влияния  $X$  на  $Y$ ;  $\varepsilon_t$  – ошибка.

Легко видеть, что модель (26) эквивалентна следующей:

$$y_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + u_t, \quad (27)$$

где  $a_0$  – свободный член;  $u_t$  – ошибка.

Представленная модель (27) является частным случаем модели временного ряда с распределенным лагом ( $DL$ ), которая, в свою очередь, может быть представлена как частный случай модели авторегрессии и распределенного лага ( $ADL$ ) [21].

Эта модель может быть оценена по методу наименьших квадратов (по сути это модель регрессии значений концепта  $Y$  на предыдущие значения влияющего концепта  $X$ ), в результате чего можно получить искомое значение  $a_1$  (коэффициент регрессии).

Представленная модель естественным образом обобщается на случай нескольких влияющих концептов. При этом получается модель множественной регрессии, применение которой к задаче параметрической идентификации НКК рассматривалось в данной части работы выше. Принцип перехода от коэффициентов регрессии к весам связей следует использовать тот же, что и при применении регрессионного анализа.

**XI. ПОСТРОЕНИЕ НЕЧЕТКИХ КОГНИТИВНЫХ КАРТ СИЛОВА НА ОСНОВЕ ОБРАБОТКИ РАЗНОРОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Как отмечалось в первой части работы, концепты когнитивной карты могут соответствовать как количественным показателям моделируемой системы (пример такого показателя – численность населения), так и качественным (например, социальная напряженность). И достаточно типичной ситуацией при построении НКК слабоструктурированной системы является наличие в ее составе концептов обоих типов.

При этом, даже в случае наличия статистической информации о количественных показателях, идентификацию связей между концептами, соответствующими качественным показателям, необходимо будет выполнять на основе экспертных оценок. В предыдущих разделах данной работы обсуждались вопросы обработки экспертных и статистических данных по отдельности. Таким образом, построение когнитивной модели, включающей в себя концепты разных типов, можно проводить с совместным применением предложенных методов и методик. Иными словами, для идентификации связей, допускающих использование статистических данных, применять соответствующие статистические методики их обработки (в зависимости от формы представления данных), а для оценки остальных связей применять экспертные методы.

Тем не менее, с целью достижения приемлемой степени обоснованности и непротиворечивости результатов идентификации, необходимо уделить внимание вопросу согласования той части результатов, которая была получена по итогам обработки статистической информации, и той части, которая была получена по итогам экспертного оценивания.

Рассмотрим ряд возможных приемов согласования результатов обработки разнородной информации. Следует отметить, что обязательным условием для применения описываемых приемов согласования является наличие в составе НКК связей, идентифицируемых двумя способами: как на основе статистических данных, так и с привлечением экспертных оценок. В то же время, это условие легко может быть выполнено, поскольку экспертное оценивание (и, в том числе, непосредственное задание весов) осуществимо для любых связей между концептами, независимо от типа этих концептов и наличия статистических данных о них.

Во-первых, статистические оценки могут быть использованы в качестве информации, уточняющей и дополняющей результаты экспертного оценивания. В частности, коэффициент силы связей, задание которого происходит в ходе экспертного оценивания весов связей методом парных сравнений, может быть определен на основе полученных статистических оценок. Этот прием следует применять в том случае, когда уверенность в высоком качестве статистических данных превышает уверенность в достоверности экспертных оценок.

Вторым допустимым приемом является использование имеющихся экспертных оценок для нормирования статистических оценок (а именно, для идентификации нормировочной функции, методика которой была описана в работе выше). Таким образом, данный прием является противоположным первому, и подразумевается, что его целесообразно применять в случае уверенности в высокой степени достоверности экспертных оценок.

Наконец, в некоторых случаях статистические оценки могут выполнять роль «связующего звена» между разрозненными группами экспертных оценок. Возможна и обратная ситуация, когда результаты, полученные экспертным путем, служат для согласования статистических оценок, относящихся к разным участкам НКК, а также полученных на основе статистических данных разных типов. Такая ситуация вызывает наибольший интерес и будет рассмотрена в рамках экспериментальной проверки.

Отдельно необходимо выделить класс ситуаций, в рамках которых могут быть обнаружены явные противоречия между результатами идентификации одних и тех же связей, полученными разными способами (на основе экспертных методов и с применением статистических методик). В целом, причины возникновения подобных противоречий могут быть сведены к следующим:

- низкое качество используемых для идентификации статистических данных, при котором эти данные не вполне адекватно отражают закономерности, характеризующие моделируемую проблемную ситуацию;
- ошибочные суждения эксперта (группы экспертов), обусловленные некорректными наименованиями концептов, а также несоответствием этих наименований реальному смысловому содержанию показателей моделируемой системы, статистические данные о которых используются;
- ошибочные суждения эксперта (группы экспертов), обусловленные наличием у него (у них) не вполне корректных представлений о структуре проблемной ситуации и об особенностях взаимовлияний ее факторов.

Стоит отметить, что вторая и третья из перечисленных причин могут представлять интерес в контексте этапа верификации когнитивной модели. В частности, выявление второй причины позволит скорректировать наименования концептов в целях достижения их полного соответствия используемым статистическим данным. Еще более полезным представляется выявление третьей причины, поскольку именно в этом случае знания экспертов могут быть дополнены новой информацией (привносимой посредством интерпретации результатов анализа статистических данных) и скорректированы в направлении лучшего понимания анализируемой

ситуации.

## ХИ. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ПРЕДЛОЖЕННЫХ МЕТОДИК

Ход экспериментальной проверки будет построен таким образом, чтобы достаточно полно продемонстрировать работу всех подходов и методик, предлагаемых в данной части исследования. Отметим, что корректность работы модифицированных экспертных методов была продемонстрирована в ходе их экспериментальной проверки, изложенной в предыдущей части статьи. Тем не менее, в ходе далее описываемого эксперимента также будет применяться один из экспертных методов (метод парных сравнений), в целях демонстрации возможностей подхода к построению НКК на основе обработки разнородной информации.

Рассмотрим процессы структурной и параметрической идентификации фрагмента НКК, в составе которого имеются концепты разных типов.

Пусть на этапе определения множества концептов экспертом был выделен ряд концептов, отражающих количественные характеристики моделируемой проблемной ситуации (Концепты 1-7), а также концепт, отражающий качественный показатель (Концепт 8).

При этом в процессе сбора доступной статистической информации выяснилось, что информация о Концептах 1-4 представлена в форме пространственной выборки (табл. 11), а данные о Концептах 5-7 – в форме временных рядов (табл. 12).

Таблица 11. Статистические данные в форме пространственной выборки

№	Концепт 1	Концепт 2	Концепт 3	Концепт 4
1	42,2	11,2	31,9	167,1
2	48,6	10,6	13,2	174,4
3	42,6	10,6	28,7	160,8
4	39	10,4	26,1	162
5	34,7	9,3	30,1	140,8
6	44,5	10,8	8,5	174,6
7	39,1	10,7	24,3	163,7
8	40,1	10	18,6	174,5
9	45,9	12	20,4	185,7

Таблица 12. Статистические данные в форме временных рядов

№	Концепт 5	Концепт 6	Концепт 7
1	9,05	10,48	20,72
2	5,24	16,58	20,13
3	5,24	10,50	13,09
4	4,39	10,48	20,78
5	7,34	8,99	20,84
6	7,27	13,60	21,73
7	7,62	13,64	16,71
8	5,78	14,61	16,33

9	5,77	11,42	15,92
10	5,40	11,27	19,69

Таким образом, на этапе структурной идентификации представляется возможным определить наличие и направление связей между следующими парами концептов:

- Концепт 5 и Концепт 6;
- Концепт 5 и Концепт 7;
- Концепт 6 и Концепт 7.

Рассмотрим первую пару концептов, обозначив их для краткости соответственно  $X$  и  $Y$ . В соответствии с изложенным подходом к структурной идентификации, приняв  $p = 1$ , построим следующие регрессии:

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + b_1 x_{t-1} + \varepsilon_t; \quad (28)$$

$$x_t = c_0 + c_1 x_{t-1} + d_1 y_{t-1} + u_t. \quad (29)$$

Оценив модели (28) и (29) по методу наименьших квадратов, получим:

$$y_t = 1,56 + 0,032 y_{t-1} + 1,614 x_{t-1}; \quad (30)$$

$$x_t = 7,26 + 0,015 x_{t-1} - 0,092 y_{t-1}. \quad (31)$$

Далее для каждой из построенных регрессий (30) и (31) необходимо проверить гипотезу о равенстве нулю коэффициента при лаге второй переменной, то есть  $H_0^1: b_1 = 0$  и  $H_0^2: d_1 = 0$ . Проверив их при помощи  $F$ -теста, выясняем, что первая гипотеза отвергается при уровне значимости 0,05, а вторая принимается. Таким образом,  $X$  (Концепт 5) является причиной  $Y$  (Концепта 6) по Грэнджеру при  $p = 1$ . Обнаружение между этими концептами причинности по Грэнджеру при минимальном  $p$  является основанием для выдачи эксперту рекомендации о добавлении в нечеткую когнитивную модель связи, направленной от Концепта 5 к Концепту 6.

Тестирование оставшихся двух пар концептов проводится аналогичным образом. По результатам тестирования всех трех пар концептов на причинность по Грэнджеру было решено добавить в когнитивную модель следующие связи:

- от Концепта 5 к Концепту 6;
- от Концепта 6 к Концепту 7;
- от Концепта 7 к Концепту 5.

Поскольку для всех остальных пар концептов определить наличие и направление связей путем анализа статистических данных не представляется возможным, оставшаяся часть этапа структурной идентификации была выполнена экспертным путем. По итогам данного этапа когнитивная карта принимает вид, представленный на рис. 21 (визуальное разделение концептов по цветам соответствует их делению по наличию и типу доступной статистической информации). Следует отметить, что знаки влияний между Концептами 5-7 были предварительно определены на основании знаков соответствующих регрессионных коэффициентов, полученных в ходе тестирования этих концептов на причинность по Грэнджеру. Знаки остальных влияний предварительно

заданы на основании экспертных соображений.

Этап параметрической идентификации данной НКК подразумевает выполнение следующих подэтапов:

- определение коэффициентов эластичности между Концептами 1-4 с применением множественного регрессионного анализа;
- определение коэффициентов эластичности между Концептами 5-7 с применением анализа временных рядов;
- определение относительных приоритетов связей, оцениваемых экспертным путем, с применением авторской модификации метода парных сравнений;
- согласованное определение весов всех связей в составе НКК на основе информации, полученной на предыдущих подэтапах.

Поскольку эксперт указал, что Концепты 1, 2 и 3 влияют на Концепт 4, построим и оценим модель множественной регрессии, в которой регрессорами являются Концепты 1, 2 и 3 (обозначаемые  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ ), а зависимой переменной – Концепт 4 (обозначаемый  $y$ ):

$$\hat{y} = 60 + 0,24x_1 + 10,7x_2 - 0,75x_3. \quad (32)$$

В ходе оценки значимости коэффициентов регрессии выяснилось, что коэффициент при  $x_1$  является незначимым по  $t$ -критерию. При этом коэффициент детерминации  $x_1$  по  $x_2$  и  $x_3$  оказался высоким (равным 0,72), что является признаком наличия в модели мультиколлинеарности. В целях ее устранения исключим  $x_1$  из регрессионной модели (32), и построим регрессию  $y$  только по  $x_2$  и  $x_3$ :

$$\hat{y} = 63 + 11,5x_2 - 0,82x_3. \quad (33)$$

В данном случае все коэффициенты оказались значимыми по  $t$ -критерию при уровне значимости 0,05, кроме того, скорректированный коэффициент детерминации увеличился с 0,75 до 0,79, что говорит об улучшении качества модели.

Таким образом, для приведения когнитивной модели в соответствие с регрессионной моделью (33), целесообразным является удаление из когнитивной модели связи, направленной от Концепта 1 к Концепту 4. Допустим, эксперт согласился удалить данную связь, но при этом высказал предположение, что влияние Концепта 1 на Концепт 4 реализуется транзитивно через Концепты 2 и 3. Поэтому в когнитивную модель были добавлены связи от Концепта 1 к Концептам 2 и 3, и были построены парные регрессионные модели для оценки сил этих влияний:

$$\hat{y} = 5,5 + 0,12x_1; \quad (34)$$

$$\hat{y} = 71,4 - 1,17x_1. \quad (35)$$

Для идентификации сил влияний между Концептами 5-7 могут быть использованы те же статистические данные, что использовались на этапе структурной идентификации.

Определим силу влияния Концепта 5 на Концепт 6. Для этого построим по соответствующим временным рядам модель

$$y_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + u_t, \quad (36)$$

оценив которую, получим  $a_1 = 1,61$ . Коэффициент детерминации  $R^2$  построенной модели равен 0,9, что говорит о ее высоком качестве, при этом найденное значение  $a_1$  является значимым по t-критерию Стьюдента при уровне значимости 0,05.

Проведя аналогичные вычисления для пары Концепт 6 и Концепт 7, получим  $a_1 = -1,18$ . Для последней пары, Концепт 7 и Концепт 5, получим  $a_1 = 0,28$ .

В табл. 13 представлены коэффициенты регрессии и рассчитанные на их основе коэффициенты эластичности, которые далее будут использованы для определения весов соответствующих влияний.

Для оценивания остальных связей используем авторскую модификацию метода парных сравнений. Опишем полученные результаты кратко. В табл. 14 представлены экспертные оценки степеней превосходства сил влияний, сравниваемых непосредственно, а также доопределенные по транзитивности недостающие оценки (полу жирное начертание) и значения элементов собственного вектора полученной матрицы.

Таблица 13. Промежуточные результаты параметрической идентификации

Влияние	Коэффициент регрессии	Коэффициент эластичности
$w_{1-2}$	0,12	0,48
$w_{1-3}$	-1,17	-2,18
$w_{2-4}$	11,5	0,73
$w_{3-4}$	-0,82	-0,11
$w_{5-6}$	1,61	0,85
$w_{6-7}$	-1,18	-0,77
$w_{7-5}$	0,28	0,81

Таблица 14. Матрица согласования экспертных оценок, полученных при различных способах группировки связей

	$w_{2-4}$	$w_{2-8}$	$w_{5-8}$	$w_{5-6}$
$w_{2-4}$	1	9/3	<b>45/27</b>	<b>270/243</b>
$w_{2-8}$	3/9	1	5/9	<b>30/81</b>
$w_{5-8}$	<b>27/45</b>	9/5	1	6/9
$w_{5-6}$	<b>243/270</b>	<b>81/30</b>	9/6	1
СВ	0,662	0,221	0,397	0,596

Проведем согласование полученных промежуточных результатов параметрической идентификации, по итогам которого определим веса всех связей в составе НКК. Для этого необходимо задать значения величин, влияющих на итоговые оценки весов связей. Такими величинами являются, во-первых, коэффициент силы связей, используемый в методе парных сравнений, и, во-вторых, параметры нормировочной сигмоидальной функции. При этом будем считать, что коэффициенты эластичности, полученные путем анализа

статистических данных разных типов, могут (но не обязаны) нормироваться по разным правилам, т.е. с различающимися параметрами нормировочной функции. Также по разным правилам может осуществляться нормировка положительных и отрицательных коэффициентов.

Заметим, что связи  $w_{2-4}$  и  $w_{5-6}$  подвергались оцениванию как на основе анализа статистических данных, так и экспертным способом. Это обстоятельство будет играть ключевую роль в процессе согласования результатов идентификации.

Итак, пусть при определении весов связей между Концептами 1-4 параметры нормировочной функции определялись на основании экспертных соображений, и были заданы следующим образом:  $v = 2,486$  и  $b = 2,45$  (при условиях  $a_1 = 0,5$ ;  $e_1 = 0,605$ ;  $a_2 = -0,5$ ;  $e_2 = -0,77$ ). В качестве значения  $e_1$  было принято среднее двух коэффициентов эластичности, соответствующих влияниям  $w_{1-2}$  и  $w_{2-4}$ . Значение  $e_2$  было определено как медиана всех имеющихся отрицательных коэффициентов эластичности. Обратим внимание, что данный конкретный способ задания опорных значений является скорее демонстрацией гибкости описываемого подхода, чем обоснованной рекомендацией.

Тогда веса связей между Концептами 1-4 примут следующие значения:

$$w_{1-2} = 0,402; w_{1-3} = -0,874; w_{2-4} = 0,59; w_{3-4} = -0,087.$$

Подберем такое значение коэффициента силы связей, чтобы оценка веса  $w_{2-4}$ , рассчитанная на основе собственного вектора (табл. 14), совпала с его оценкой, полученной выше. Таким значением является 0,59. На его основе получим веса остальных связей, оцениваемых экспертным путем:

$$w_{2-8} = 0,197; w_{5-8} = 0,354; w_{5-6} = 0,531.$$

Теперь на основе экспертной оценки веса  $w_{5-6}$  и соответствующего значения коэффициента эластичности определим параметры нормировочной функции, используемой для нахождения весов связей между Концептами 5-7:  $v = 0,885$  и  $b = 1,36$  (при условиях  $a_1 = 0,531$ ;  $e_1 = 0,85$ ;  $a_2 = -0,5$ ;  $e_2 = -0,77$ ).

Тогда веса остальных связей между Концептами 5-7 примут следующие значения:

$$w_{6-7} = -0,5; w_{7-5} = 0,511.$$

Приведем изображение полностью построенного фрагмента НКК (рис. 22). Обратим внимание, что в процессе параметрической идентификации НКК были подвергнуты пересмотру и частично скорректированы результаты ее структурной идентификации. Такая практика является вполне допустимой, поскольку отражает естественный процесс пересмотра и уточнения знаний эксперта в ходе реализации им этапов когнитивного моделирования ситуации.

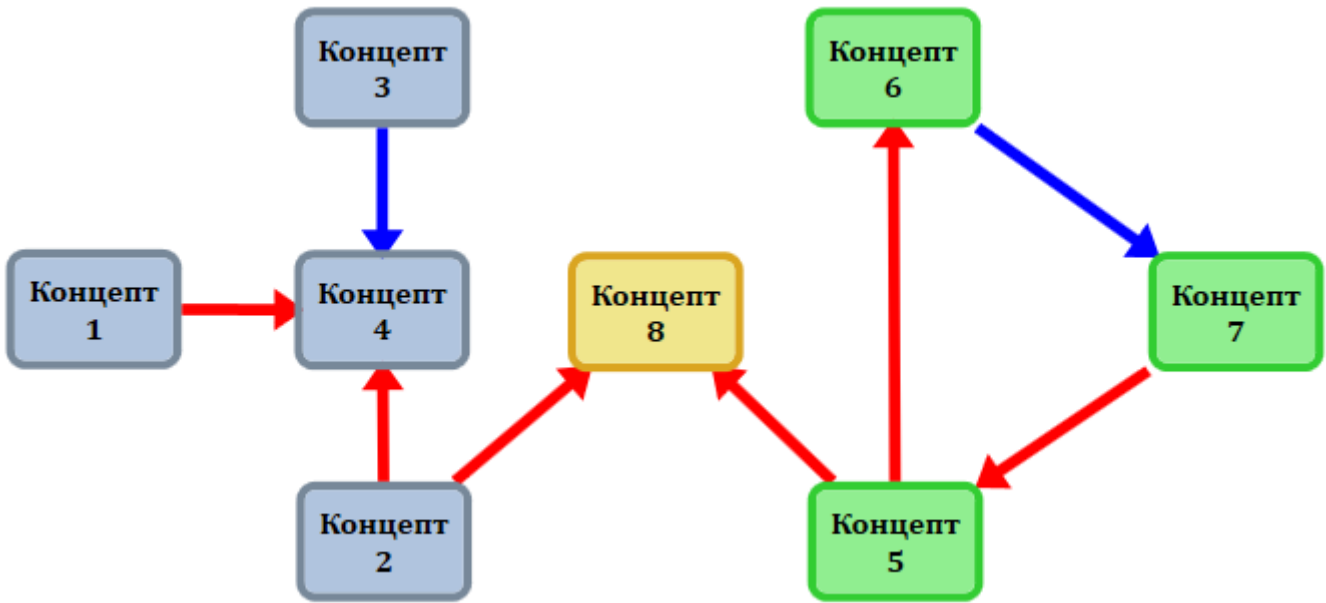


Рис. 21. Результаты выполнения этапа структурной идентификации фрагмента НКК

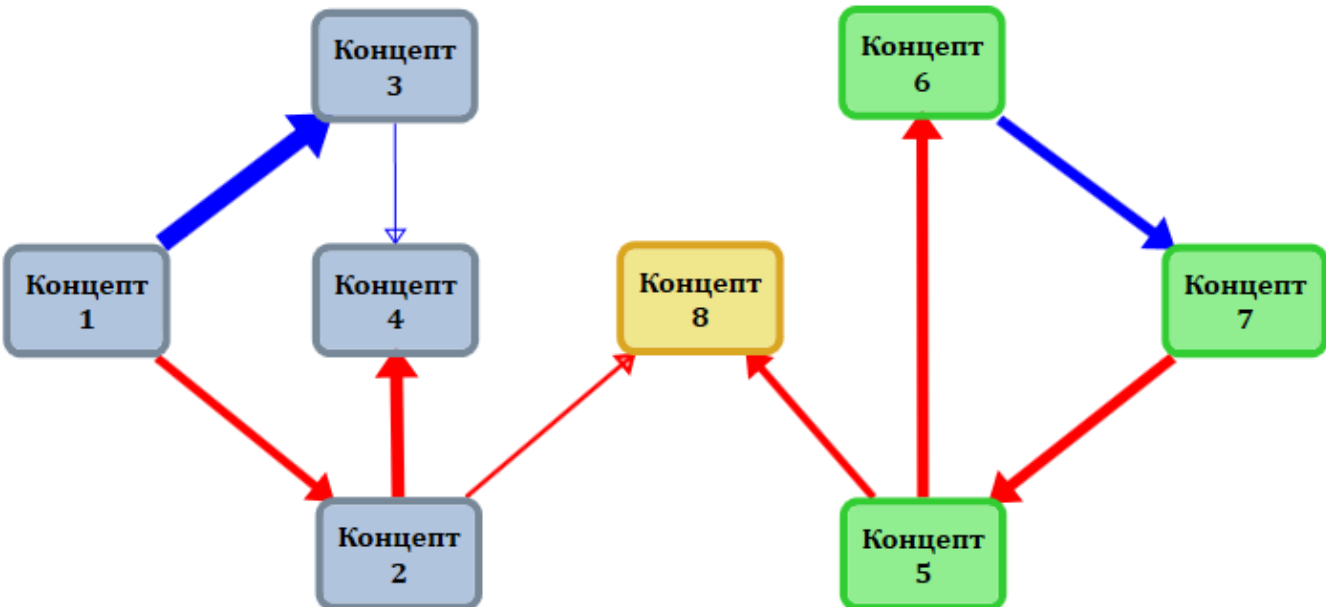


Рис. 22. Результаты выполнения этапа параметрической идентификации фрагмента НКК

Подводя итог, отметим, что представленный и экспериментально проверенный в настоящей работе подход к идентификации НКК обладает следующими полезными свойствами и особенностями:

- позволяет использовать при построения НКК как знания эксперта о моделируемой проблемной ситуации, так и доступные статистические данные о ней;
- допускает использование статистических данных, представленных в разных формах (а именно, пространственные выборки и временные ряды);
- включает в себя гибкий набор приемов согласования результатов, получаемых путем применения разных методов и методик;
- содержит в себе ряд «степеней свободы» (в частности, возможность определять приоритетность использования экспертных и статистических данных на тех или иных участках НКК), которые позволяют, с одной стороны, максимально эффективно использовать дополнительные экспертные знания, а с другой стороны, сохранить при этом высокий уровень обоснованности получаемых результатов.

### ХIII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основным результатом описанного в настоящей работе исследования является развитие методов, методик и подходов к идентификации структуры и параметров нечетких когнитивных карт Силова на основе экспертной и статистической информации.

Так, в первой части работы представлены модификации двух методов построения функций принадлежности дискретных нечетких множеств, применяемых в задаче параметрической идентификации НКК Силова: метода парных сравнений Т. Саати и метода множеств уровня Р. Ягера.

В рамках модификации метода парных сравнений была предложена альтернативная шкала оценки превосходства, обладающая рядом преимуществ перед классической шкалой в контексте задачи определения весов связей НКК. Кроме того, был описан и обоснован подход к согласованию экспертных оценок, получаемых при различных способах группировки связей, позволяющий избежать противоречий между этими оценками и, таким образом, повысить степень достоверности получаемых результатов.

Суть модификации метода множеств уровня заключается во введении в классическую версию метода этапа оценки степени согласованности суждений эксперта. Данный этап позволяет гарантировать приемлемую степень непротиворечивости и обоснованности получаемых результатов, что является особенно актуальным в контексте задачи параметрической идентификации НКК, когда от степени достоверности весов связей НКК во многом зависят результаты ее анализа и принятые по результатам этого

анализа управленческие решения.

В результате экспериментальной проверки модифицированных версий обоих методов была подтверждена их корректность и работоспособность.

Вторая часть работы была посвящена разработке методик построения нечетких когнитивных карт Силова на основе статистических данных и методов их обработки.

Для случая, когда статистические данные о концептах представлены в форме пространственной выборки, была предложена методика идентификации параметров НКК, основанная на применении множественного регрессионного анализа. В ее рамках была обоснована необходимость перехода от коэффициентов регрессии к безразмерным величинам, характеризующим силу взаимовлияний концептов (таким, как коэффициенты эластичности и стандартизованные коэффициенты регрессии). Для удовлетворения ограничениям на значения весов связей НКК Силова был описан способ нормализации коэффициентов с использованием асимметричной функции сигмоидального типа. Кроме того, была описана проблема мультиколлинеарности и даны рекомендации по ее устранению.

Для более распространенного случая, когда статистические данные о концептах представлены в форме временных рядов, была предложена модификация описанной методики, позволяющая также решить задачу структурной идентификации путем применения теста Грэнджера на причинность.

Наконец, была рассмотрена типичная для процесса построения НКК ситуация, при которой статистическая информация доступна лишь по части концептов, в то время как по остальным концептам доступны только экспертные оценки. Для построения НКК в условиях необходимости обработки разнородной информации предлагается подход, основанный на согласованном совместном применении ранее рассмотренных экспертных и статистических методов и методик. Этот подход был подвергнут экспериментальной проверке, в рамках которой была продемонстрирована работоспособность как подхода в целом, так и отдельных составляющих его методик.

Отметим, что благодаря использованию описанных методик становится возможным учитывать при построении НКК имеющиеся статистические данные о моделируемой системе – при этом ранее в подобных ситуациях приходилось ограничиваться лишь информацией, получаемой от экспертов.

В целом, применение предложенного подхода при построении НКК позволяет повысить качество получаемых нечетких когнитивных моделей и, таким образом, повысить эффективность управления слабоструктурированными системами на их основе.

В качестве направлений дальнейших исследований в области процесса построения нечетких когнитивных карт Силова интерес представляют следующие:

- разработка подходов к верификации НКК с учетом особенностей процесса ее



идентификации и применяемых в рамках этого процесса методов и методик;

- разработка методик поддержки групповой экспертизы на этапах структурной и параметрической идентификации НКК, включающих в себя механизмы оценки согласованности суждений нескольких экспертов, а также механизмы достижения требуемой степени согласованности.

#### БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Авдеева, З.К. Когнитивное моделирование для решения задач управления слабоструктурированными системами (ситуациями) / З.К. Авдеева, С.В. Коврига, Д.И. Макаренко // Управление большими системами. – 2007. – Вып. 16. – С. 26-39.
- [2] Борисов, В.В. Нечеткие модели и сети / В.В. Борисов, В.В. Круглов, А.С. Федулов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2012. – 284 с.
- [3] Силов, В.Б. Принятие стратегических решений в нечеткой обстановке / В.Б. Силов – М.: ИНПРО-РЕС, 1995. – 228 с.
- [4] Робертс, Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам: [пер. с англ.] / Ф.С. Робертс. – М.: Наука, 1986. – 496 с.
- [5] Isaev R.A., Podvesovskii A.G. Generalized Model of Pulse Process for Dynamic Analysis of Sylov's Fuzzy Cognitive Maps // CEUR Workshop Proceedings of the Mathematical Modeling Session at the International Conference Information Technology and Nanotechnology (MM-ITNT 2017), Vol. 1904. – P. 57-63.
- [6] Подвесовский А.Г., Лагереv Д.Г., Коростелев Д.А. Применение нечетких когнитивных моделей для формирования множества альтернатив в задачах принятия решений // Вестник Брянского государственного технического университета. – 2009. – № 4 (24). – С. 77-84.
- [7] Литвак Б.Г. Экспертные технологии в управлении. – М.: Дело, 2004. – 400 с.
- [8] Подвесовский А.Г., Исаев Р.А. Применение множественного регрессионного анализа для параметрической идентификации нечетких когнитивных моделей // Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений (ITIDS'2016): труды IV междунар. конф. – Уфа: УГАТУ, 2016. – Т. 2. – С. 28-33.
- [9] Isaev R.A., Podvesovskii A.G. Application of time series analysis for structural and parametric identification of fuzzy cognitive models // CEUR Workshop Proceedings of the International Conference Information Technology and Nanotechnology. Session Data Science (DS-ITNT 2018), Vol. 2212. – P. 119-125.
- [10] Саати, Т. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. Пер. с англ. / Науч. ред. А.В. Андрейчиков, О.Н. Андрейчикова. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.
- [11] Коростелев, Д.А. Система поддержки принятия решений на основе нечетких когнитивных моделей «ИГЛА» / Д.А. Коростелев, Д.Г. Лагереv, А.Г. Подвесовский // Одиннадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием КИИ-2008: Труды конференции. – В 3-х т. – Т. 3. – М.: ЛЕНАНД, 2008. – С. 329-336.
- [12] Исаев Р.А. Модифицированный метод парных сравнений для экспертной оценки параметров нечеткой когнитивной модели // Международный научный журнал «Современные информационные технологии и ИТ-образование». – 2016. – Т. 12. – № 2. – С. 35-42.
- [13] Yager R.R. Level sets for membership evaluation of fuzzy subset / R.R. Yager // Fuzzy Sets and Possibility Theory: Recent Developments (R.R. Yager, ed.) – Pergamon, New York, 1982. – P. 90-97.
- [14] Исаев Р.А., Подвесовский А.Г. Оценка согласованности суждений эксперта при построении функции принадлежности нечеткого множества методом множеств уровня // Международный научный журнал «Современные информационные технологии и ИТ-образование». – 2017. – Т. 13. – № 3. – С. 9-15.
- [15] Аверченков В.И., Кожухар В.М., Подвесовский А.Г., Сазонова А.С. Мониторинг и прогнозирование региональной потребности в специалистах высшей научной квалификации: монография. – Брянск: БГТУ, 2010. – 163 с.
- [16] Макарова Е.А., Габдуллина Э.Р., Закиева Е.Ш., Валиуллина К.М. Алгоритмы интеллектуального анализа показателей качества жизни в сфере здравоохранения на региональном уровне // Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений (ITIDS'2016): труды IV междунар. конф. – Уфа: УГАТУ, 2016. – Т. 2. – С. 222-228.
- [17] Макарова Е.А., Габдуллина Э.Р., Закиева Е.Ш., Махмутова А.Э. Алгоритмы формирования знаний для построения когнитивной модели качества жизни в сфере высшего образования на региональном уровне // Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений (ITIDS'2016): труды IV междунар. конф. – Уфа: УГАТУ, 2016. – Т. 2. – С. 54-59.
- [18] Рогачев А.Ф., Мелихова Е.В. Проблемы статистического оценивания параметров когнитивной карты на основе корреляционного анализа // Международная научная конференция «Физико-математические науки: теория и практика» – Россия, г. Москва, 29-31 января 2014 г. – С. 55-62.
- [19] Кремер Н.Ш., Путько Б.А. Эконометрика: учеб. для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 328 с.
- [20] Isaev R.A., Podvesovskii A.G. Application of time series analysis for structural and parametric identification of fuzzy cognitive models // CEUR Workshop Proceedings of the International Conference Information Technology and Nanotechnology. Session Data Science (DS-ITNT 2018), Vol. 2212. – P. 119-125.
- [21] Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А. Эконометрика. Начальный курс – М.: Дело, 2004. – 576 с.

# Identification of structure and parameters of fuzzy cognitive models: expert and statistical methods

Aleksandr Podvesovskii, Ruslan Isaev

**Abstract** – The paper deals with the problems of structural and parametric identification of cognitive models by the example of Sylov's fuzzy cognitive maps (FCM). It is demonstrated that the problem of parametric identification can be solved using two types of methods: expert and statistical ones. An approach to the FCM parametric identification is described based on the use of methods for constructing fuzzy set adjectives: T. Saaty's pairwise comparison method and R. Yager's method of level sets. Problems arising when applying these methods within the context of the specified task are considered. For both methods, modifications are proposed to solve the identified problems.

Also issues of building FCMs based on statistical data are discussed. For the case when data are presented in the form of spatial sampling, a method for identifying FCM parameters is proposed based on the use of multiple regression analysis. For the case when data are presented in the form of time series, a modification of this technique is proposed, which also allows solving the problem of structural identification by applying Granger causality test. Besides, an approach to the construction of FCMs under conditions of processing heterogeneous information is described, based on coordinated application of the expert and statistical methods and techniques under study.

The paper presents results of experimental validation of the modified methods and the proposed techniques confirming their efficiency.

In the first part of the paper, modifications of methods for constructing fuzzy set adjectives used in FCM parametric identification are described.

The second part of the work is devoted to the development and research of methods for constructing FCMs based on statistical information.

**Keywords** – cognitive modeling, fuzzy cognitive map, structural identification, parametric identification, pairwise comparison method, method of level sets, regression analysis, time series analysis, Granger causality test.

## REFERENCES

- [1] Avdeeva Z.K., Kovriga S.V., Makarenko D.I. (2007) Kognitivnoe modelirovanie dlja reshenija zadach upravlenija slabostrukturovannymi sistemami (situacijami) [Cognitive Modeling for Solving Problems of Managing Semi-Structured Systems (Situations)]. Large-scale Systems Control, vol. 16, pp. 26–39 (in Russian).
- [2] Borisov V.V., Kruglov V.V., Fedulov A.S. (2012) Nechetkie modeli i seti [Fuzzy Models and Networks]. M.: Gorjachaja linija – Telekom (in Russian).
- [3] Silov V.B. (1995) Prinjatje strategicheskikh reshenij v nechetkoj obstanovke [Making Strategic Decisions in a Fuzzy Setting]. M.: INPRO-RES (in Russian).
- [4] Roberts F.S. (1976) Discrete Mathematical Models, with Applications to Social, Biological, and Environmental Problems. N.J.: Prentice-Hall.
- [5] Isaev R.A., Podvesovskii A.G. (2017) Generalized Model of Pulse Process for Dynamic Analysis of Sylov's Fuzzy Cognitive Maps // CEUR Workshop Proceedings of the Mathematical Modeling Session at the International Conference Information Technology and Nanotechnology (MM-ITNT 2017), Vol. 1904. – pp. 57-63.
- [6] Podvesovskii A.G., Lagerev D.G., Korostelev D.A. (2009) Primenenie nechetkikh kognitivnykh modelej dlja formirovanija mnozhestva alternativ v zadachah prinjatija reshenij [Application of Fuzzy Cognitive Models for Alternatives Set Generation in Decision Problems]. Bulletin of Bryansk state technical university, no 4 (24), pp. 77–84 (in Russian).
- [7] Litvak B.G. (2004) Jekspertnye tehnologii v upravlenii [Expert Technologies in Management]. M.: Delo (in Russian).
- [8] Podvesovskii A.G., Isaev R.A. (2016) Primenenie mnozhestvennogo regressionnogo analiza dlja parametriceskoj identifikacii nechetkikh kognitivnykh modelej [Application of Multiple Regression Analysis for Parametric Identification of Fuzzy Cognitive Models]. Proceedings of the 4th International Conference on Information Technologies for Intelligent Decision Making Support, ITIDS'2016 (Ufa, Russia, May 17–19, 2016), vol. 2, pp. 28–33 (in Russian).
- [9] Isaev R.A., Podvesovskii A.G. (2018) Application of time series analysis for structural and parametric identification of fuzzy cognitive models // CEUR Workshop Proceedings of the International Conference Information Technology and Nanotechnology. Session Data Science (DS-ITNT 2018), Vol. 2212. – pp. 119-125.
- [10] Saaty T.L. (2001) Decision Making with Dependence and Feedback: The Analytic Network Process. RWS Publications.
- [11] Korostelev D.A., Lagerev D.G., Podvesovskii A.G. (2008) Sistema podderzhki prinjatija reshenij na osnove nechetkikh kognitivnykh modelej «IGLA» [Decision Support System Based on Fuzzy Cognitive Models «IGLA»]. Proceedings of the 11th Russian Conference on Artificial Intelligence, RCAI-2008 (Dubna, Russia, September 29 – October 3, 2008), vol. 3, pp. 329-336 (in Russian).
- [12] Isaev R.A. (2016) Modificirovannyj metod parnyh sravnenij dlja jekspertnoj ocenki parametrov nechetkoj kognitivnoj modeli [Modified Pairwise Comparison Method for Expert Estimation of a Fuzzy Cognitive Model Parameters]. Modern Information Technology and IT-education, vol. 12, no 2, pp. 35–42 (in Russian).
- [13] Yager R.R. (1982) Level sets for membership evaluation of fuzzy subset / R.R. Yager // Fuzzy Sets and Possibility Theory: Recent Developments (R.R. Yager, ed.), – Pergamon, NewYork. – pp. 90-97.
- [14] Isaev R.A., Podvesovskii A.G. (2017) Ocenka soglasovannosti suzhenij jeksperta pri postroenii funkcion pri nadlezhnosti nechetkogo mnozhestva metodom mnozhestv urovnja [Evaluation of Expert Judgements Consistency When Constructing a Membership Function of Fuzzy Set Using the Method of Level Sets]. Modern Information Technology and IT-education, vol. 13, no 3, pp. 9-15 (in Russian).
- [15] Averchenkov V.I., Kozhuhar V.M., Podvesovskii A.G., Sazonova A.S. (2010) Monitoring i prognozirovanie regional'noj potrebnosti v specialistah vysshej nauchnoj kvalifikacii: monografija [Monitoring and Forecasting of Regional Need for Specialists of Higher Scientific Qualification]. Bryansk: BSTU (in Russian).
- [16] Makarova E.A., Gabdullina E.R., Zakieva E.Sh., Valiullina K.M. (2016) Algoritmy intellektual'nogo analiza pokazatelej kachestva zhizni v sfere zdravoohraneniya na regional'nom urovne [Algorithms for intelligent analysis of life quality in the domain of public health on a regional level]. Proceedings of the 4th International Conference on Information Technologies for Intelligent Decision Making Support, ITIDS'2016 (Ufa, Russia, May 17–19, 2016), vol. 2, pp. 222-228 (in Russian).
- [17] Makarova E.A., Gabdullina E.R., Zakieva E.Sh., Makhmutova A.E. (2016) Algoritmy formirovanija znanij dlja postroeniya kognitivnoj modeli kachestva zhizni v sfere vysshego obrazovaniya na regional'nom urovne [Knowledge generation algorithms for construction of cognitive model of life quality in the domain of high

education on a regional level]. Proceedings of the 4th International Conference on Information Technologies for Intelligent Decision Making Support, ITIDS'2016 (Ufa, Russia, May 17–19, 2016), vol. 2, pp. 54-59 (in Russian).

- [18] Rogachyov A.F., Melikhova E.V. (2014) Problemy statisticheskogo ocenivaniya parametrov kognitivnoj karty na osnove korreljacionnogo analiza [Problems of statistical estimation of cognitive map characteristics on the basis of correlation analysis]. Proceedings of the International Conference "Physico- Mathematical Sciences: Theory and Practice", pp. 55-62 (in Russian).
- [19] Kremer N.Sh., Putko B.A. (2010) Jekonometrika: ucheb. dlja vuzov [Econometrics: a Textbook for High Schools]. Moscow: JuNITI-DANA (in Russian).
- [20] Isaev R.A., Podvesovskii A.G. Application of time series analysis for structural and parametric identification of fuzzy cognitive models // CEUR Workshop Proceedings of the International Conference Information Technology and Nanotechnology. Session Data Science (DS-ITNT 2018), Vol. 2212. – P. 119-125.
- [21] Magnus Ya.R., Katyshev P.K., Persetskii A.A. (2004) Jekonometrika. Nachal'nyj kurs [Econometrics: Basic Course]. – Moscow: Delo (in Russian).