

## Интерпретация инвариантов теории графов в контексте применения соответствия Галуа при создании и сопровождении информационных систем

С. В. Козлов

**Аннотация** – В статье обсуждаются возможности реализации структуры баз данных информационной системы с помощью графовых моделей. Рассматриваются особенности проектирования иерархических и сетевых моделей информационных систем. Автором раскрывается сущность применения соответствия Галуа при анализе системных связей информационных моделей с использованием инвариантов теории графов. Актуальность статьи связана с возрастанием интереса к вопросу интерпретации семантических взаимосвязей структурных элементов при проектировании информационных систем на основе функциональных соотношений.

**Ключевые слова** – информатика, информационные системы, программирование, информационно-коммуникационные технологии, функциональный анализ, соответствие Галуа, инвариантные методы, графовая модель.

### I. ВВЕДЕНИЕ

Вопросы проектирования информационных систем на рынке предложений современных инструментов информационно-коммуникационных технологий занимают особое место. Значимость данной проблематики состоит в функциональном использовании возможностей системы, заложенных при ее разработке [1]. Функциональные методы могут быть эффективно применены при различных способах организации баз данных информационных систем.

В настоящее время наиболее востребованы реляционные базы данных с табличной формой организации. При этом информационная система, как правило, состоит из множества взаимосвязанных друг с другом таблиц, отвечающих принципам нормализации данных. Анализ связей между табличными данными и составляет суть вопросов функционирования информационной системы в целом.

Для анализа связей между элементами информационных систем можно строить графовые модели. Они могут быть различного вида, в большинстве случаев это иерархические или сетевые модели. При анализе данных моделей существенную роль играют как вершины графовых моделей, так и взаимосвязи между ними. В отдельных вопросах содержательной области информационной модели они имеют даже больший приоритет, нежели табличные данные, ассоциированные с вершинами графа.

Исследование характера связей между данными информационной системы может быть проведено на основе функционального анализа [2]. Эффективность применения инструментов такого рода предполагает высокую степень корреляции количественных и качественных результатов обработки системных данных. Инструменты функционального анализа предопределяют автоматизацию процессов сопоставления данных статистического анализа содержимого информационной системы, выводов, прогноза и выработки дальнейших стратегий. Инварианты теории графов как раз позволяют подойти не только к автоматизации системных процессов в построенной модели, но и к их интерпретации. Именно интерпретация взаимовлияния элементов различных подсистем на основе математических соотношений Галуа составляет научную новизну применения функционального анализа данных в информационных системах.

Применение на базе инвариантных элементов модели структуры функциональных соотношений дает возможность вывести анализ поведения информационной системы на иной более высокий уровень. Так, например, соответствия Галуа разрешают ряд вопросов функционирования в отношениях подсистем и системных элементов [3]. Как инструмент анализа поведения системы соответствия Галуа выступают и как моделирующая составляющая при принятии решений.

### II. ПРИМЕНЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ ГАЛУА ДЛЯ АНАЛИЗА ДАННЫХ В ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Соответствие Галуа, как инструмент функционального анализа информационной системы, позволяет:

---

Статья получена 22 апреля 2016.  
Козлов Сергей Валерьевич, Смоленский государственный университет, доцент кафедры информатики, кандидат педагогических наук, доцент (email: svkozlov1981@yandex.ru)

- выявить базисные элементы всей информационной системы, от которых зависит ее стабильное функционирование;

- выявить элементы-реперы информационной системы, влияющие друг на друга;

- выявить силу корреляционного взаимодействия между структурными элементами информационной системы;

- выявить элементы-записи в информационной системе, которые определяют поведение ее подсистем.

Соответствие Галуа позволяет выполнять данные операции на любом контенте информационной системы [4, 5]. По отношению к нему данный метод выступает инвариантом. Применение метода не ограничивается ни типом базы данных информационной системы ни ее содержательным направлением.

Рассмотрим несколько примеров, которые иллюстрируют применение метода.

Так, например, данная методология востребована при проектировании информационных мониторинговых систем [6, 7]. Вне зависимости от области использования такой информационной системы мониторинга соответствие Галуа дает действенный инструмент получения выводов о состоянии и функционировании среды исследования.

В области образования информационная система мониторинга, основанная на соответствии Галуа, позволяет, например, на основании:

- соответствия между уровнем знаний учащихся и их способностями сгруппировать обучаемых в группы и указать формы работы с классом;

- данных обучения формировать «подвижные» группы для продолжения обучения или ликвидации «проблемных» вопросов в обучении отдельных учеников;

- сведений о достигнутом уровне обученности и диагностики обучаемости определить истинную картину достижений ученика.

В области здравоохранения подобная мониторинговая информационная система позволяет, например:

- отслеживая динамику роста заболеваемости выявлять факторы влияния на нее отдельных показателей;

- устанавливать степень воздействия компонентов лекарственных средств на состояние пациента;

- определять необходимость обеспечения лекарственными препаратами людей различных социальных групп.

В области строительства такого рода мониторинговые информационные системы дают возможность, например:

- отслеживать потребность социально-незащищенных слоев населения в различных мерах государственной целевой социальной поддержки;

- выявлять зависимость старения жилищного фонда капитальных строений от факторов коммунального хозяйствования;

- строить перспективные планы городского строительства домов, дорог, систем обеспечения электричеством и водоснабжением.

С теоретической точки зрения соответствие Галуа определено как функциональное соотношение, которое оперирует взаимными отображениями  $\Gamma$  и  $\Gamma'$  на булеанах двух заданных множеств  $X$  и  $Y$ . При этом для любого подмножества  $X_1$  множества  $X_2$  следует, что множество  $\Gamma(X_2)$  есть подмножество множества  $\Gamma(X_1)$ . И, наоборот, для любого подмножества  $Y_1$  множества  $Y_2$  следует, что множество  $\Gamma'(Y_2)$  есть подмножество множества  $\Gamma'(Y_1)$ . Также множества  $X$  и  $Y$  могут быть получены как подмножества при композиции взаимнообратных отображений. Множество  $X$  есть подмножество множества, полученного при отображении  $\Gamma'(\Gamma(X))$ , а множество  $Y$  есть подмножество множества, полученного при отображении  $\Gamma(\Gamma'(Y))$ .

Строгое математическое определение соответствия Галуа можно найти, например, в [8]. Математическое описание отдельных инвариантов теории графов рассмотрено в [9]. Рассмотрим ниже различные инварианты теории графов и проанализируем возможности использования на их основе соответствия Галуа при построении моделей информационных систем.

### III. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СООТВЕТСТВИЯ ГАЛУА НА ОСНОВЕ ИНВАРИАНТОВ ТЕОРИИ ГРАФОВ ПРИ СОЗДАНИИ И СОПРОВОЖДЕНИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Для описания структуры системы наиболее целесообразно применять разнообразные графовые модели. Это могут и  $n$ -арные деревья, и сети, и графы произвольной ориентации. Однако наиболее часто проектируются либо иерархические, либо сетевые модели информационных систем. Рассмотрим различные инварианты теории графов применительно к инвариантному методу анализа контента информационной системы, основанному на соответствии Галуа, данных моделей информационных систем.

Графовые модели обладают рядом инвариантов. Так инварианты «полустепень исхода вершины графа» и «полустепень захода вершины графа» позволяют задать два

параметра соответственно. Первый – это параметр базовости вершины, второй – параметр выводимости вершины. Данных два инварианта позволяют в свою очередь определить такие инварианты как «вектор полустепеней исхода вершин графа» и «вектор полустепеней захода вершин графа». Эти инварианты совместно с инвариантом соответствия Галуа анализа контента позволяют установить базисные элементы иерархической или сетевой моделей информационной системы. Они математически описывают набор распределения вершин информационной системы по параметрам базовости и выводимости. В этом случае соответствие Галуа в зависимости от изменения значений свойств выявляет зависимости в распределении существенных и несущественных значений записей вершин графовой модели. В частности в случаях представления некорректной информации с помощью соответствия Галуа на контенте информационной системы можно определить «пораженные» участки. Это дает возможность вовремя скорректировать процесс обработки системных данных.

Инварианты «полустепень исхода графа» и «полустепень захода графа» позволяют определить вершины иерархической или сетевой модели информационной системы, имеющие наибольшие параметры базовости и выводимости. В общем случае эти максимальные значения могут быть приписаны разным вершинам. Наполнение системы контентом в свою очередь может менять данные параметры. При этом соответствие Галуа выступает инструментом определения дальнейшего поведения системы при добавлении в нее новых элементов. Возможность предвидеть развитие системы в конечном итоге задает ее устойчивость к воздействию внутренних и внешних факторов.

Инвариант «число слабых компонент графа» устанавливает классы эквивалентности подграфов графовой модели иерархической или сетевой модели информационной системы. Он позволяет разбить информационную систему на подсистемы со слабыми связями. Соответствие Галуа в таком случае позволяет выявить элементы системы, обладающие недостающими значениями, а также недостающие элементы необходимые для внесения в ее структуру. Процесс поиска компонент системы со слабыми связями становится более эффективным по времени. Это предопределяет стабильное функционирование информационной системы.

Инвариант «число независимости» задает коэффициенты независимости подмножеств информационной системы и ее число «неплотности». Данные числовые значения определяют внутреннюю устойчивость

подмножеств иерархической системы. Они характеризуют связи между отдельными ее элементами. Чем числа независимости подмножеств больше, тем слабее связь между их элементами. Анализ связей между элементами с помощью соответствия Галуа позволяет выявить такие элементы контента, которые максимально понижают «число независимости» добавлением минимального количества дополнительных связей. Применение соответствия Галуа также дает возможность определить те элементы системы, добавление связей между которыми не влияет или не оказывает существенного влияния на поведение информационной системы в целом.

Дополняющие друг друга инварианты «число  $t$ -взаимозависимости» и «число  $t$ -взаимонезависимости» характеризуют разветвленность иерархической или сетевой модели информационной системы. Многоступенчатость связей определяет коэффициент сложности системы. Большое число  $t$ -взаимозависимости указывает на сложность внутренней конструкции элемента системы. Как правило, в таких случаях элементами выступают записи с достаточно большим количеством свойств, каждое из которых в свою очередь представляет запись. Соответствие Галуа с одной стороны дает возможность выявить элементы информационной системы, влияющие на показатели взаимозависимости ее структурных подмножеств. С другой стороны оно выступает инструментом анализа контента, формирующего иерархическую или сетевую модель информационной системы с заданными  $t$ -показателями.

Инвариант «вектор разделения» характеризуется двумя числовыми параметрами. Ими выступают числа внешнего и внутреннего разделения исследуемой вершины иерархической или сетевой модели информационной системы. Первое число характеризует длину пути до наиболее удаленной вершины, второе – наибольшую из длин кратчайших путей в нее. Такие пары чисел, определяющие вектор для всех вершин графовой модели иерархической системы, описывают ее структуру, а, следовательно, и задают сложность ее контента. Соответствие Галуа на данном инварианте позволяет определить особенности структуры такого строения, выявить общие закономерности и частные случаи в ее проектировании и дальнейшем наполнении контентом.

С предыдущим инвариантом неразрывно связаны еще два инварианта «центр» и «радиус». Вершина иерархической или сетевой графовой модели информационной системы с минимальным первым параметром является

внешним центром, а с минимальным вторым – внутренним центром. Минимальные числовые значения, характеризующие данные величины выступают внешним и внутренним радиусами соответственно.

Применительно к иерархической или сетевой графовой модели информационной системы они определяют компоненты, которые являются базовыми для наибольшего числа других элементов системы. Соответствие Галуа собственными функциональными соотношениями также позволяет определить данные параметры, но с точки зрения контента рассматриваемых элементов. Это дает возможность сопоставить структурные и содержательные связи внутри информационной системы.

Инвариант «число полукомпонент диаметра  $p$ » характеризуется двумя числовыми величинами – собственно диаметром и полуплотностью. Это позволяет рассматривать подсистемы информационной системы, для графовой модели которых расстояние между любыми ее вершинами не превышает значение  $p$ . Максимальное число в полукомпонентах определяет  $p$ -полуплотность. Данные параметры позволяют анализировать структурные связи информационной системы длиной не больше  $p$ . Соответствие Галуа, определив параметр  $p$  в качестве входного значения, предоставляет функциональные возможности проанализировать содержательные связи в подграфе между рассматриваемыми элементами, их сложность и влияние друг на друга.

Инвариант «вектор надежности» характеризует значение коэффициента корреляции между эталонными числовыми параметрами и действительными значениями некоторой подсистемы контента информационной системы. Одному из числовых свойств каждого компонента контента системы придают определенное вероятностное значение. Оно определяет критическую точку между двумя состояниями изучаемого параметра. Затем на практике получают тем или иным исследовательским способом фактическое значение, которое переводят в вероятностную шкалу. Вектор надежности получают как результат применения мультипликативной функции к фактическим значениям элементов контента. Он будет характеризовать связь между составляющими контента. Вектора надежности, полученные для всех компонентов рассматриваемой подсистемы, позволяют построить матрицу надежности. Она будет определять функциональную устойчивость относительно задаваемых начальных вероятностных параметров. Применение соответствия Галуа к изучаемым подсистемам контента информационной системы дает

возможность определить степень влияния одних содержательных компонентов подмножеств на другие подмножества. А в совокупности с другими параметрами выявить базовые и критические значения для рассматриваемых компонентов системы.

Инварианты можно рассматривать и между отдельными множествами иерархической или сетевой модели информационной системы. Так инвариант «прочность связи» характеризует количество связей между элементами информационной системы, то есть число ребер между вершинами в ее графовой модели. Чем больше таких связей, тем прочнее связь между элементами. Также определяют и прочность связи для всей графовой модели как наименьшее значение из значений прочности связей между всеми элементами. Это позволяет выделить подсистемы мультиграфовой модели целостной информационной системы и определить их взаимное влияние друг на друга. В этом случае соответствие Галуа выступает инструментом исследования, как структуры, так и ее содержимого системы. С одной стороны оно также оперирует количеством связей между системными элементами. С другой выделение контента с помощью соответствия Галуа в анализируемых подсистемах отвечает критериям конструктивной полноты, а, следовательно, и критериям ее стабильного функционирования.

Инвариант «слабая перемишка» задает множество всех связей между элементами двух подграфов информационной системы, которые не имеют общих вершин. Данный параметр определяет качество связей и в совокупности с соответствием Галуа отражает общую картину отношений среди различных подсистем системы в целом.

Инвариант «прочность слабой перемишки» задает параметр, который характеризуется количеством ребер содержащихся во множестве «слабой перемишки». Иными словами это количественный показатель инварианта «слабая перемишка», трактуемый как числовой показатель связи между рассматриваемыми множествами информационной системы. Данный показатель целесообразно анализировать совместно с показателем прочности связей между компонентами изучаемых подсистем с помощью соответствия Галуа. В этом случае данный инструмент анализа позволяет сопоставить связи между множествами связям между отдельными их элементами, выявить степень корреляционного влияния. При этом изначально количественный анализ получает качественные трактовки изучаемый связей на контенте информационной системы.

Инвариант «вектор прочности графа» определяет набор числовых значений, отражающих показатели прочности различных множеств «слабой переключки» для рассматриваемых двух подсистем информационной системы. Этот вектор характеризует коэффициенты прочности, позволяет их сравнивать между собой. Это позволяет с использованием соответствия Галуа либо ослаблять, либо усиливать связи контента друг с другом в зависимости от ряда внутренних и внешних факторов, влияющих на устойчивое функционирование системы.

Итак, соответствие Галуа совместно с инвариантами теории графов, интерпретируемые к структуре и контенту информационных систем, позволяют предложить теоретическую основу их исследования. На практике методы данного функционального анализа должны быть заложены в информационную систему на этапе ее проектирования. На данном этапе следует выбрать методологию применения средств функционального анализа, определить круг ее необходимых инструментов. Для этого необходимо предусмотреть возможность автоматизированной генерации иерархических и сетевых моделей различных подмножеств рассматриваемой системы на основе задаваемых параметров. В дальнейшем на стадии программной реализации информационной системы это можно выполнить в виде отдельного системного модуля.

#### IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Математическое описание соответствия Галуа также должно быть реализовано в программной среде информационной системы в виде ее алгоритмов, представленных как системные функции. Применение этих функций должно быть доступно при построении иерархических и сетевых моделей. Заложенные в функции алгоритмы должны наглядно демонстрировать проводимый анализ полученных данных. Например, это можно отразить на виде вершин графовых моделей или их взаимосвязей. Для этого используется выделение подмножеств графовой модели и их связей различным цветом или разным типом линий. Это позволяет судить об исходном и конечном состоянии информационной системы на данном этапе.

Кроме прочего, использование соответствия Галуа на базе графовых инвариантов также выступает и как инструмент принятия дальнейших решений [10, 11]. Так, выделение с помощью него подмножеств рассматриваемой модели информационной системы позволяет провести их дальнейшее исследование.

Например, проанализировать структуру множества, выявить его элементный состав, определить степень влияния одних элементов на другие. Эти возможности должны быть определены на этапе проектирования информационной системы на основе выбора необходимого и достаточного состава инструментов теории графов.

Методология анализа информационной системы с помощью соответствия Галуа на основе инвариантов теории графов при создании и сопровождении информационных систем является самодостаточной сама по себе. В тоже время при ее использовании целесообразно применять и другие методы функционального и иного анализа [12, 13]. Это расширит спектр исследования самой информационной системы, раскроет скрытые стороны методологии основанной на соответствии Галуа и инвариантах теории графов. В итоге это позволит принимать еще более взвешенные и обоснованные решения для формирования стратегии дальнейшего функционирования информационной системы.

Так вместе с рассмотренными инструментами графовой теории и возможностями соответствия Галуа для изучения различных особенностей моделей информационных систем актуально применение математического аппарата импликативных матриц и тестовых методов статистического анализа [14]. Последние играют важную роль при выявлении причинно-следственных связей иерархической или сетевой модели информационной системы и прогнозировании ее поведения в той или иной ситуации. В совокупности информация о системе, полученная при помощи данных методов, предопределяет ее жизнеспособность.

Таким образом, применение соответствия Галуа на основе инвариантов теории графов при создании и сопровождении информационных систем имеет четкую теоретико-практическую направленность. Теоретические методы функционального анализа позволяют не только получать количественные характеристики информационной системы. Так, рассматриваемая методология анализа функционирования информационной системы выступает инструментом качественного анализа ее состояния. Это определяет актуальность и практическую значимость внедрения таких методов как соответствие Галуа на основе инвариантов теории графов в инструментальный аппарат информационных систем.

БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Козлов С. В. Использование соответствия Галуа как инварианта отбора контента при проектировании информационных систем // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2015. Т. 2. № 11. С. 220-225.
- [2] Козлов С. В. Применение методов функционального анализа при формировании оптимальных стратегий обучения школьников // Международный журнал экспериментального образования. – 2016. – № 3-2. – С. 182-185; URL: <http://www.expeducation.ru/ru/article/view?id=9696> (дата обращения: 21.04.2016).
- [3] Козлов С.В. Применение соответствия Галуа для анализа данных в информационных системах // Траектория науки. 2016. Т. 2. № 3 (8). С. 18.
- [4] Штепа Ю. П. Оценка сложности учебных задач по информационному моделированию // Информатика и образование. – 2014. – № 2 (251). – С. 66-67.
- [5] Андреева А. В., Максимова Н. А. ИСУ ВУЗ как инструмент управления качеством образования // В мире научных открытий. – 2013. – № 11.8 (47). – С. 22-28.
- [6] Бояринов Д. А. Новые информационные технологии в системе управления качеством учебного процесса // Известия Смоленского государственного университета. – 2012. – № 4 (20). – С. 464-471.
- [7] Баженов Р. И., Мохно Д. Е. О разработке информационной системы по учету оценочных средств в университете // Современные научные исследования и инновации. – 2014. – № 5-1 (37). – С. 24.
- [8] Кон П. М. Универсальная алгебра / П. М. Кон; пер. с англ. Т. М. Баранович; под ред. А. Г. Куроша. – М.: Мир, 1968. – 351 с.
- [9] Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: Мир, 1978. – 432 с.
- [10] Бояринов Д. А. Метод последовательного приближения к заданным целям обучения в рамках информационного образовательного пространства личностного развития учащихся // Мир науки. 2014. № 4. С. 1.
- [11] Козлов С. В. Основы применения педагогической технологии индивидуального тестирования для формирования оптимальной траектории обучения // Современные научные исследования и инновации. – 2014. – № 4 (36). – С. 75.
- [12] Киселева О. М., Тимофеева Н. М., Быков А. А. Формализация элементов образовательного процесса на основе математических методов // Современные проблемы науки и образования. – 2013. – № 1. – С. 224.
- [13] Баженов Р. И., Лопатин Д. К. О применении современных технологий в разработке интеллектуальных систем // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов. – 2014. – № 3 (93). – С. 263-264.
- [14] Козлов С. В. Математические аспекты выбора оптимального набора тестовых заданий индивидуального теста // Психология, социология и педагогика. – 2014. – № 9 (36) [Электронный ресурс]. URL: <http://psychology.snauka.ru/2014/09/3603> (дата обращения: 07.10.2014).

## **Interpretation of invariants of the theory of counts in the context of use of compliance of Galois at creation and support of information systems**

**Kozlov S.V.**

*Abstract* – In this article possibilities of realization of the structure of databases of the information system by means of graph models are discussed. Features of the design of hierarchical and network models of information systems are considered. The author reveals the essence of the application of compliance of Galois at the analysis of system communications of information models with use of invariants of the theory graph. The relevance of article is connected with an increase of interest in a question of interpretation of semantic interrelations of structural elements at a design of information systems on the basis of functional ratios.

*Keywords* – informatics, information systems, programming, information and communication technologies, functional analysis, compliance of Galois, invariant methods, graph model.