Параметрический синтез нелинейного закона управления на основе принципа оптимального демпфирования

А.С. Томилова, М.В. Сотникова

Аннотация—Статья посвящена разработке алгоритма синтеза закона управления подвижным объектом с использованием метода оптимального демпфирования, который впервые был предложен В.И. Зубовым в начале 1960-х годов. Целью управления является перемещение объекта управления из начального положения в заданное конечное положение равновесия, то есть решается краевая задача теории управления. Математическая модель объекта в общем случае задается с помощью нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Для таких систем не существует универсального подхода к синтезу закона управления в краевой задаче. Выбор алгоритма управления зависит от множества факторов. В данной работе для синтеза закона управления применяется метод оптимального демпфирования, который позволяет свести исходную задачу оптимального управления к задаче параметрической оптимизации. Однако данный метод позволяет получить лишь приближенное решение поставленной задачи.

В статье рассматривается решение краевой задачи оптимального управления морским судном. Математическая модель динамики судна формируется в виде системы уравнений, которая используется при решении задачи динамического позиционирования, являющейся частным случаем краевой задачи теории управления. Выполнен синтез оптимального управления, обеспечивающего перемещение морского судна из начального положения в заданное конечное положение равновесия. Приводятся условия, при которых найденное управление гарантирует асимптотическую устойчивость конечного положения равновесия.

***Ключевые слова*—Оптимальное демпфирование, система управления, подвижный объект, устойчивость, морское судно, позиционирование, краевая задача.**

I. Введение

В современной теории управления одним из актуальных вопросов является построение закона управления для нелинейных систем [1-3]. Это связано с тем, что для таких систем не существует общепринятого метода синтеза закона управления. Выбор того или иного метода, как правило, зависит от множества факторов, в частности, от вида системы. В статье представлена разработка алгоритма синтеза закона управления в краевой задаче с использованием метода оптимального демпфирования, который впервые был предложен В.И. Зубовым в начале 1960-х годов [3, 4]. Целью управления является перемещение объекта управления из начального положения в заданное конечное положение равновесия.

Раздел II работы посвящен постановке задачи. В нем приводится нелинейная математическая модель динамики объекта управления, которая задается с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений. Вводится функционал, характеризующий качество процессов управления на движениях замкнутой системы. Выполняется формализованная постановка задачи синтеза управления.

Раздел III содержит алгоритм синтеза закона управления подвижным объектом с использованием метода оптимального демпфирования [5, 6], который обеспечивает желаемое качество функционирования замкнутой системы путем сведения поставленной задачи оптимального управления к задаче параметрической оптимизации. Сформулировано и доказано утверждение об асимптотической устойчивости положения равновесия замкнутой системы.

В разделе IV рассматривается решение краевой задачи оптимального управления морским судном. Математическая модель динамики судна формируется в виде системы уравнений, которая используется при решении задачи динамического позиционирования [7], . являющейся частным случаем краевой задачи теории управления. Выполнен синтез нелинейного оптимального управления. Приведены условия, при которых найденное управление гарантирует асимптотическую устойчивость конечного положения равновесия.

II. Постановка задачи

Рассмотрим нелинейную математическую модель подвижного объекта управления

$$\dot{x} = f(x, u), \tag{1}$$

Статья получена 14 ноября 2023.

А. С. Томилова - аспирант кафедры компьютерных технологий и систем Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург, Россия (e-mail: st040354@student.spbu.ru).

М.В. Сотникова – доктор физико-математических наук, профессор кафедры компьютерных технологий и систем Санкт-Петербургского государственного университета, Санкт-Петербург, Россия (e-mail: m.sotnikova@spbu.ru).

где $x \in E^n$ - вектор состояния, $u \in E^m$ - вектор управляющего воздействия.

Целью управления является перемещение рассматриваемого подвижного объекта управления из начального положения $x(0) = x_0 \in E^n$ в заданное конечное положение равновесия $x(T) = x_T \in E^n$ системы (1), где время T - не фиксировано.

Синтез регулятора осуществляется путем поиска управляющего воздействия в виде нелинейной обратной связи

$$u = u(x) . \tag{2}$$

В случае, когда конечное положение равновесия отлично от нулевого, построим систему в отклонениях от конечного положения равновесия, которая имеет вид:

$$\dot{\bar{x}} = \bar{f}(\bar{x}, \bar{u}), \quad \bar{f}(\bar{x}, \bar{u}) := f(\bar{x} + x_T, \bar{u} + u_T) - f(x_T, u_T), \tag{3}$$

где $\bar{x} = x - x_T \in E^n$ - вектор состояния системы в отклонениях, $\bar{u} = u - u_T \in E^m$ - вектор управляющего воздействии, $u_T = u(x_T) = u(x(T)) \in E^m$ - управление в момент времени T .

Управляющее воздействие для системы в отклонениях (3) имеет вид:

$$\bar{u} = \bar{u}(\bar{x}), \; \bar{u}(\bar{x}) := u(\bar{x} + x_T) - u_T . \tag{4}$$

Построение системы в отклонениях (3) позволяет перейти от краевой задачи к задаче синтеза управления, обеспечивающего асимптотическую устойчивость нулевого положения равновесия системы (3).

Следовательно, для системы (3) цель управления состоит в перемещении объекта из начального положения ($\bar{x}_0 = x_0 - x_T$) в нулевое положение равновесия. При этом искомое управление должно обеспечивать асимптотическую устойчивость нулевого положения равновесия.

Дальнейшие рассуждения будем проводить применительно к системе (3).

Введем интегральный функционал, который характеризует качество процессов управления на движениях замкнутой системы [5]

$$J = \int_0^\infty F(\bar{x}, \bar{u}) dt , \tag{5}$$

где подынтегральная функция F является положительно определенной.

Поставим задачу синтеза закона управления подвижным объектом (3), обеспечивающего перемещение объекта из произвольного начального положения в нулевое положение равновесия. При этом к искомому закону управления предъявляются требования асимптотической устойчивости нулевого положения равновесия системы (3) и наилучшего качества переходных процессов по отношению к заданному функционалу (5).

III. Метод оптимального демпфирования

Переход от краевой задачи к задаче стабилизации позволяет сформулировать задачу минимизации интегрального функционала (МИФ):

$$J \to \min_{\bar{u} \in E^m} .$$

Решение задачи МИФ можно выполнить на основе принципа оптимальности Беллмана. Для этого необходимо составить и решить уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана

$$\frac{\partial \tilde{V}(t, \bar{x})}{\partial t} + \min_{\bar{u} \in E^m} \left\{ \frac{\partial \tilde{V}(t, \bar{x})}{\partial t} \bar{f}(\bar{x}, \bar{u}) + F(\bar{x}, \bar{u}) \right\} = 0$$

относительно функции Беллмана $\tilde{V}(t, \bar{x})$. Однако на практике этот путь может оказаться слишком сложным в вычислительном плане. В связи с этим возникает необходимость искать другой способ поиска решения задачи МИФ, одним из которых является применение метода оптимальное демпфирование (ОД) В.И. Зубова.

Изложим основную идею метода оптимального демпфирования. Для этого введем вспомогательный функционал L :

$$L = L(\bar{x}, \bar{u}) = V(\bar{x}) + \int_0^t F(\bar{x}, \bar{u}) d\tau, \tag{6}$$

где функция $V(\bar{x})$ положительно определена и является кандидатом на функцию Ляпунова, а подынтегральная функция F совпадает с подынтегральной функцией функционала (5).

Введем функцию W , которая равна скорости изменения функционала L на движениях системы (3):

$$W = W(\bar{x}, \bar{u}) = \left. \frac{d(L(\bar{x}, \bar{u}))}{dt} \right|_{(3)} = \left. \frac{d(V(\bar{x}))}{dt} \right|_{(3)} + F(\bar{x}, \bar{u}). \tag{7}$$

Метод оптимального демпфирования состоит в поиске такого управления, которое доставляет минимум функции W . Тогда формализованная постановка задачи ОД по отношению к функционалу (6) имеет вид

$$W = W(\bar{x}, \bar{u}) \to \min_{\bar{u} \in E^m}, \; \bar{u} = \bar{u}_d(\bar{x}) := \arg\min_{\bar{u} \in E^m} W(\bar{x}, \bar{u}). \tag{8}$$

Для поиска безусловного экстремума функции (8) по управлению $\bar{u}$ воспользуемся условием:

$$\frac{\partial W(\bar{x}, \bar{u})}{\partial \bar{u}} = \mathbf{0}. \tag{9}$$

Решая систему (9) относительно переменной $\overline{u}$, находим оптимальное управление

$$\overline{u} = \overline{u}_d(\overline{x}), \tag{10}$$

которое является решением задачи ОД (8).

Заметим, что оптимальное управление $\overline{u}_d(\overline{x})$ зависит от выбора функций $V(\overline{x})$ и $F(\overline{x}, \overline{u})$, которые влияют на устойчивость нулевого положения равновесия и желаемое качество функционирования замкнутой системы управления (3), (10). При этом функция V влияет на устойчивость, а функция F - на качество переходного процесса.

Поиск функции V будем осуществлять параметрическим способом, фиксируя ее структуру и выделяя вектор $h \in H_v \subset E^p$ варьируемых параметров, которые однозначно определяют значения этой функции, то есть $V = V(\overline{x}, h)$. Множество H_v - это допустимое множество параметров h, при которых нулевое положение равновесия замкнутой системы (3), (10) асимптотически устойчиво.

Приведем параметрический алгоритм построения приближения, предложенный в статье [5], который позволяет вычислить оптимальное управление (10).

1. Задается вектор $h \in H_v \subset E^p$.
2. Формируется функция $V(\overline{x}, h)$.
3. Решается задача ОД с демпфируемым функционалом (6), что дает ОД регулятор $\overline{u} = \overline{u}_d(\overline{x}, h)$.
4. Формируются уравнения замкнутой системы (3), (10)

$$\dot{\overline{x}} = \overline{f}_d(\overline{x}, h), \quad \overline{f}_d(\overline{x}, h) := \overline{f}(\overline{x}, \overline{u}_d(\overline{x}, h)). \tag{11}$$

5. Решается задача Коши для системы (11) с начальными условиями $\overline{x}(0) = \overline{x}_0$, что дает функцию $\overline{x}_d^*(t, h, \overline{x}_0)$.
6. Формируется функция $\overline{u}_d^*(t, h, \overline{x}_0) := \overline{u}_d(t, \overline{x}_d^*(t, h, \overline{x}_0), h)$.
7. Вычисляется значение функции $J_d(h)$, определяемой выражением

$$J_d = J_d(h) = \int_0^\infty F(\overline{x}_d^*(t, h, \overline{x}_0), \ \overline{u}_d^*(t, h, \overline{x}_0))dt.$$

8. Повторяя вычисления по пунктам 1-7, минимизируется функция $J_d(h)$ на множестве H_v, т.е. решается оптимизационная задача

$$J_d = J_d(h) \to \min_{h \in H_v}, \qquad h_d := \arg\min_{h \in H_v} J_d(h), \quad J_{d0} = J_d(h_d). \tag{12}$$

Таким образом, предложенный алгоритм позволяет перейти от решения задачи оптимального демпфирования (8) к решению задачи параметрической оптимизации (12), решение которой осуществляется на множестве H_v.

Задание множества H_v будем осуществлять путем выполнения двух условий:

1) функция $V(\overline{x}, h)$ - положительно определенная ($V(\mathbf{0}, h) = 0$ и $V(\overline{x}, h) > 0$, $\overline{x} \neq \mathbf{0}$, $\forall \overline{x} \in E^n$);

2) функция $W = W(\overline{x}, \overline{u}_d(\overline{x}, h)) = W(\overline{x}, h)$ - отрицательно полуопределенная ($W(\overline{x}, h) \le 0$, $\forall \overline{x} \in E^n$).

Тогда множество H_v примет вид:

$$H_v = \{h \in E^p : V(\overline{x}, h) > 0 \ \textit{при} \ \overline{x} \neq \mathbf{0}, \quad V(\mathbf{0}, h) = 0, W(\overline{x}, h) \le 0, \ \forall \overline{x} \in E^n\}. \tag{13}$$

Сформулируем утверждение об асимптотической устойчивости нулевого решения замкнутой системы управления (11).

Теорема 1. Если допустимое множество H_v задано по формуле (13), то нулевое решение замкнутой системы управления (11) является асимптотически устойчивым $\forall \ h \in H_v$.

Доказательство. Согласно теореме Ляпунова об устойчивости для того чтобы нулевое решение системы (3) было асимптотически устойчивым достаточно, чтобы функция V была положительно определенной, а ее производная на решениях системы (3) была отрицательно определенной.

Выберем вектор параметров $h \in H_v$. Тогда, согласно условию 1 задания множества H_v, функция $V(\overline{x}, h)$ положительно определена. Запишем ее производную в силу системы (3):

$$\overline{W} = \overline{W}(\overline{x}, h) = \left.\frac{d(V(\overline{x}, h))}{dt}\right|_{(3)}.$$

Теперь рассмотрим функцию W, подставляя оптимальное управление (10):

$$W = W(\overline{x}, h) = \left.\frac{d(V(\overline{x}, h))}{dt}\right|_{(3)} + F(\overline{x}, \overline{u}_d(\overline{x}, h)).$$

Поскольку функция F является положительно определенной, то $\overline{W} < W$. Следовательно, согласно условию 2 задания множества H_v, если $h \in H_v$, то функция $W(\overline{x}, h) \le 0$, а значит и функция $\overline{W}(\overline{x}, h) < 0$.

Таким образом, условия теоремы Ляпунова об устойчивости выполнены, а значит нулевое решение замкнутой системы управления (11) является асимптотически устойчивым $\forall \ h \in H_v$.

Теорема доказана.

Таким образом, метод оптимального демпфирования позволяет построить оптимальное управление (10), которое гарантирует асимптотическую устойчивость нулевого положения равновесия замкнутой системы (3), (10) и обеспечивает достижение поставленной цели управления с наилучшим качеством переходных процессов.

IV. Решение краевой задачи оптимального управления морским судном

A. Математическая модель

Рассмотрим математическую модель динамики морского судна [7], представленную в виде нелинейной системы:

$$\begin{aligned} M\dot{v} &= -Dv + \tau \\ \dot{\eta} &= R(\eta)v, \end{aligned} \tag{14}$$

где $v = (v_x, v_y, w)^T$ - вектор скорости, заданный в связанной с морским судном подвижной системе координат; $\eta = (\eta_x, \eta_y, \varphi)^T$ - вектор положения морского судна; η_x, η_y - координаты центра масс в неподвижной системе координат (рис. 1), φ - угол поворота морского судна, отсчитываемый от горизонтальной оси Ox против часовой стрелки; $\tau \in E^3$ - вектор управления; матрицы инерции $M \in R^{3\times 3}$ и демпфирования $D \in R^{3\times 3}$ - положительно определенные, и при этом $M = M^T$; матрица поворота

$$R(\eta) = R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Математическая модель (14), применяется в задаче динамического позиционирования. Но поскольку эта задача по существу является частным случаем краевой задачи управления, то такую систему можно использовать и для решения краевой задачи.

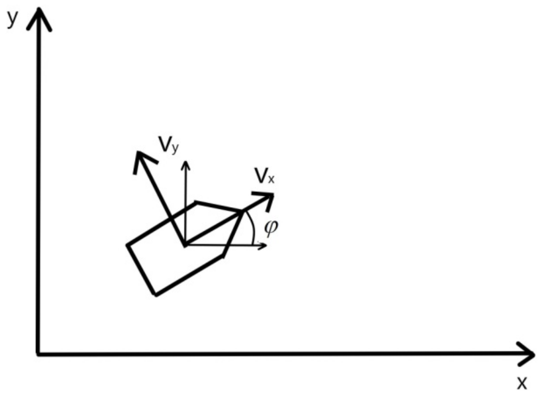

Рис. 1. Положение морского судна в неподвижной системе координат Oxy.

Целью управления является перемещение морского судна из начального положения $v(0) = v_0$, $\eta(0) = \eta_0$ в заданное конечное положение равновесия $v(T) = v_T = 0$, $\eta(T) = \eta_T$, где время T - не фиксировано.

Представим математическую модель (14) в следующем виде:

$$\dot{x} = \Phi(x) + B\tau, \tag{15}$$

где $x = \begin{pmatrix} v \\ \eta \end{pmatrix}$, $\Phi(x) = \begin{pmatrix} -M^{-1}Dv \\ R(\eta)v \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} M^{-1} \\ 0 \end{pmatrix}$.

Начальное и конечное положения для системы (15) принимают вид:

$$x(0) = x_0 = \begin{pmatrix} v_0 \\ \eta_0 \end{pmatrix}; \quad x(T) = x_T = \begin{pmatrix} 0 \\ \eta_T \end{pmatrix}.$$

Построим систему в отклонениях от конечного положения равновесия x_T. В результате получим

$$\dot{\bar{x}} = \overline{\Phi}(\bar{x}) + B\tau, \quad \overline{\Phi}(\bar{x}) := \Phi(\bar{x} + x_T) - \Phi(x_T). \tag{16}$$

где $\bar{x} = x - x_T \in E^6$ - вектор состояния системы в отклонениях.

Для системы (16) будем решать задачу синтеза закона управления, обеспечивающего асимптотическую устойчивость нулевого положения равновесия.

Пусть функционал (5), характеризующий качество процессов управления на движениях замкнутой системы, имеет вид [8, 9]:

$$J = \int_0^\infty (\bar{x}^T P \bar{x} + \lambda \tau^T \tau) dt, \tag{17}$$

где P - симметрическая, положительно определенная весовая матрица, $\lambda > 0$ - весовой множитель.

B. Синтез закона управления

Используя изложенный в разделе III алгоритм синтеза закона управления, получим управляющее воздействие τ, которое обеспечивает перемещение морского судна из начального положения x_0 в заданное конечное положение равновесия x_T и при этом позволяет достичь наилучшего качества переходных процессов системы (16) по отношению к функционалу (17). Для этого рассмотрим задачу оптимального демпфирования. В соответствии с (6) и (7) введем функционал L и функцию W:

$$L = L(\bar{x}, \tau) = \bar{x}^T \overline{V} \bar{x} + \int_0^t (\bar{x}^T P \bar{x} + \lambda \tau^T \tau) d\bar{t}, \tag{18}$$

где квадратичная форма $V = V(\bar{x}) = \bar{x}^T \overline{V} \bar{x}$ является кандидатом на функцию Ляпунова, $\overline{V}$ - заранее неизвестная симметрическая положительно определенная матрица,

$$\begin{aligned} W = W(\bar{x}, \tau) = \left.\frac{d(\bar{x}^T \overline{V} \bar{x})}{dt}\right|_{(16)} + \bar{x}^T P \bar{x} + \lambda \tau^T \tau = \overline{\Phi}^T(\bar{x}) \overline{V} \bar{x} + \\ + \tau^T B^T \overline{V} \bar{x} + \bar{x}^T \overline{V}\, \overline{\Phi}(\bar{x}) + \bar{x}^T \overline{V} B \tau + \bar{x}^T P \bar{x} + \lambda \tau^T \tau. \end{aligned} \tag{19}$$

Тогда задача ОД примет вид:

$$W = W(\bar{x}, \tau) \to \min_{\tau \in E^3}, \quad \tau = \tau_d(\bar{x}) := \arg\min_{\tau \in E^3} W(\bar{x}, \tau). \tag{20}$$

В соответствии с условием (9), продифференцируем функцию W по переменной τ и получим систему:

$$B^T\overline{V}\overline{x} + \lambda\tau = \mathbf{0}. \qquad (21)$$

Решая систему (21) относительно переменной τ, получим оптимальное управление

$$\tau = \tau_d(\overline{x}) = -\frac{1}{\lambda}B^T\overline{V}\overline{x}. \qquad (22)$$

Подставляя оптимальное управление (22) в функцию W, получим

$$W = W(\overline{x}) = \overline{\Phi}^T(\overline{x})\overline{V}\overline{x} + \overline{x}^T\overline{V}\overline{\Phi}(\overline{x}) - \frac{1}{\lambda}\overline{x}^T\overline{V}BB^T\overline{V}\overline{x} + \overline{x}^T P\overline{x}.$$

Введем вектор параметров $h \in H_v \subset E^{21}$, который задает коэффициенты матрицы $\overline{V}$:

$$\overline{V} = \overline{V}(h) = \begin{pmatrix} h_1 & h_7 & h_{12} & h_{16} & h_{19} & h_{21} \\ h_7 & h_2 & h_8 & h_{13} & h_{17} & h_{20} \\ h_{12} & h_8 & h_3 & h_9 & h_{14} & h_{18} \\ h_{16} & h_{13} & h_9 & h_4 & h_{10} & h_{15} \\ h_{19} & h_{17} & h_{14} & h_{10} & h_5 & h_{11} \\ h_{21} & h_{20} & h_{18} & h_{15} & h_{11} & h_6 \end{pmatrix},$$
$$h = (h_1\ h_2\ h_3\ \dots\ h_{20}\ h_{21})^T.$$

Применяя предложенный в разделе III параметрический алгоритм построения приближения, перейдем к задаче параметрической оптимизации (12).

В данном случае множество H_v формируется на основе выполнения двух условий:

1) матрица $\overline{V}(h)$ - положительно определенная;

2) функция $W = W(\overline{x}, \tau_d(\overline{x}, \overline{V}(h))) = W(\overline{x}, h)$ - отрицательно полуопределенная ($W(\overline{x}, h) \le 0$, $\forall \overline{x} \in E^6$).

Матрица $\overline{V}(h)$ является положительно определенной тогда и только тогда, когда все ее собственные значения положительны. Следовательно, если минимальное собственное значение больше нуля, то матрица $\overline{V}(h)$ положительно определенна, что эквивалентно условию $\min\limits_{\lambda_i(h), i=\overline{1,6}}\{\lambda_1(h), \lambda_2(h), ..., \lambda_6(h)\} > 0$, где $\lambda_i, i = \overline{1,6}$ - собственные значения матрицы $\overline{V}(h)$.

Для проверки отрицательной полуопределенности функции $W(\overline{x}, h)$ будем опираться на тот факт, что если для конкретного вектора h максимум по $\overline{x}$ функции $W(\overline{x}, h)$ меньше или равен нулю, то и вся функция $W(\overline{x}, h) \le 0$, $\forall \overline{x} \in E^6$ и $\forall h \in H_v$.

Тогда множество H_v можно записать в следующем виде:

$$H_v = \Big\{ h \in E^{21}: \min\limits_{\lambda_i(h), i=\overline{1,6}}\{\lambda_1(h), \lambda_2(h), ..., \lambda_6(h)\} > 0, \\ \max\limits_{\overline{x}\in E^6}(W(\overline{x}, h)) \le 0 \Big\}.$$

Таким образом, любой вектор параметров h, принадлежащий множеству H_v, в соответствии с теоремой 1 позволяет получить замкнутую систему, нулевое решение которой будет асимптотически устойчивым.

Решая задачу параметрической оптимизации (12), находим вектор параметров $h_d \in H_v$. Тогда оптимальное управление примет вид

$$\tau = \tau_d(\overline{x}, h_d) = -\frac{1}{\lambda}B^T\overline{V}(h_d)\overline{x}.$$

Подставляя вместо переменной $\overline{x}$ выражение $x - x_T$, получим оптимальное управление, обеспечивающее достижение поставленной цели

$$\tau = \tau_d(x, h_d) = -\frac{1}{\lambda}B^T\overline{V}(h_d)(x - x_T). \qquad (23)$$

Таким образом, оптимальное управление (23) позволяет получить искомое решение краевой задачи.

V. Заключение

В результате проделанной работы предложен алгоритм синтеза закона управления подвижным объектом с использованием метода оптимального демпфирования. Сформулировано утверждение об обеспечении устойчивости нулевого решения замкнутой системы. Представлено решение краевой задачи теории управления, когда в качестве объекта выбрано морское судно. Выполнен синтез оптимального управления, обеспечивающего перемещение морского судна из начального положения в заданное конечное положение равновесия. Приведены условия, при которых найденное управление гарантирует асимптотическую устойчивость нулевого решения замкнутой системы. В дальнейшем планируется выполнить имитационное моделирование в среде MATLAB/Simulink и получить численные результаты, которые будут демонстрировать корректность разработанного управления.

Библиография

[1] Khalil H.K. Nonlinear Systems. Third edition. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002. 768 p.

[2] Slotine J., Li W. Applied nonlinear control. New Jersey: Prentice Hall, 1991. 476 p.

[3] Зубов В.И. Колебания в нелинейных и управляемых системах. Л.: Судпромгиз, 1962. 631 с.

[4] Зубов В.И. Теория оптимального управления судном и другими подвижными объектами. Л.: Судостроение, 1966. 352 с.

[5] Veremey E. I. On practical application of Zubov's optimal damping concept // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2020. Т. 16. № 3. С. 293-315.

[6] Томилова А.С. Применение метода оптимального демпфирования к синтезу закона управления колёсным роботом // Процессы управления и устойчивость. 2023. Т. 10. № 1. С. 95-99.

[7] Веремей Е. И., Сотникова М.В. Многоцелевой закон управления подвижным объектом с использованием визуальной информации

в контуре обратной связи // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2014. № 10. С. 741-751.
[8] Веремей Е.И. Линейные системы с обратной связью. СПб.: Лань, 2013. 448 с.
[9] Anderson, B. D. O., Moore J.B. Linear Optimal Control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1971. 399 p.

Parametric synthesis of a nonlinear control law based on the optimal damping principle

Anastasia S. Tomilova, Margarita V. Sotnikova

Abstract—The paper is devoted to the development of an algorithm for the control law synthesis of a moving object using the optimal damping approach, which was first proposed by V.I. Zubov in the early 1960s. The purpose of control is to move the control object from the initial position to a given final equilibrium position, that is, the boundary value control problem is solved. In the general case, the mathematical model of object is specified using nonlinear ordinary differential equations. For such systems there is no universal approach to the synthesis of the control law in the boundary value problem. The choice of control algorithm depends on many factors. In this work, to synthesize the control law, the optimal damping method is used, which allows to reduce the original optimal control problem to a parametric optimization problem. However, this approach allows us to obtain only an approximate solution to the problem.

The paper considers the solution to the boundary value problem of optimal control of the sea vessel motion. A mathematical model of the vessel dynamics is formed in the form of a equation system that is used to solve the problem of dynamic positioning, which is a special case of a boundary value problem in control theory. A synthesis of optimal control is carried out to ensure the movement of a sea vessel from an initial position to a given final equilibrium position. Conditions are given under which the found control guarantees the asymptotic stability of the final equilibrium position.

Key words—Optimal damping, control system, moving object, stability, sea vessel, positioning, boundary value problem.

REFERENCES

[1] Khalil H.K. Nonlinear Systems. Third edition. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002. 768 p.

[2] Slotine J., Li W. Applied nonlinear control. New Jersey: Prentice Hall, 1991. 476 p.

[3] Zubov V.I. Kolebaniya v nelinejnyh i upravlyaemyh sistemah. L.: Sudpromgiz, 1962. 631 p.

[4] Zubov V.I. Teoriya optimal'nogo upravleniya sudnom i drugimi podvizhnymi ob"ektami. L.: Sudostroenie, 1966. 352 p.

[5] Veremey E. I. On practical application of Zubov's optimal damping concept // Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Prikladnaya matematika. Informatika. Processy upravleniya. 2020. T. 16. № 3. P. 293-315.

[6] Tomilova A.S. Primenenie metoda optimal'nogo dempfirovaniya k sintezu zakona upravleniya kolyosnym robotom // Processy upravleniya i ustojchivost'. 2023. T. 10. № 1. S. 95-99.

[7] Veremej E. I., Sotnikova M.V. Mnogocelevoj zakon upravleniya podvizhnym ob"ektom s ispol'zovaniem vizual'noj informacii v konture obratnoj svyazi // Sovremennye informacionnye tekhnologii i IT-obrazovanie. 2014. № 10. P. 741-751.

[8] Veremey E.I. Lineynye sistemy s obratnoi svyaz'yu. Ucheb. posobie. Saint Petersburg, Lan Publ., 2013, 448 p.

[9] Anderson, B. D. O., Moore J.B. Linear Optimal Control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1971. 399 p.