

# Модель актора и метод эволюционного согласования решений

Р.О. Мирахмедов, В.И. Протасов

**Аннотация**—Представлена модель актора, объясняющая эффекты увеличения интеллектуальной силы у группы акторов по сравнению с одиночным актором и существенного уменьшения вероятности ошибочных решений при использовании метода эволюционного согласования. Сформулирована и доказана теорема, подтверждающая этот эффект. Даны определения и получены математические выражения для расчета интеллектуальной силы в математически обоснованных единицах с использованием абсолютной шкалы измерений. Приведены результаты компьютерного моделирования процесса принятия решений. Получено согласие с теоретической моделью. Сделаны выводы относительно условий, при выполнении которых возможно получение правильного решения актором первого ранга с вероятностью ошибочного решения ниже наперед заданной малой величины.

**Ключевые слова**— эволюционное согласование решений, актор, группа акторов, система коллективного интеллекта, вероятность ошибки, модель Раша.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Существующие в настоящее время инструменты решения разнообразных задач в различных областях человеческой деятельности обладают одним общим свойством – они не дают гарантии правильности решения [1,2]. Более того, все привыкли к этому положению вещей и стремятся только к одному – увеличить как можно больше вероятность правильных решений, уменьшив, соответственно, вероятность ошибки. Стремление во что бы то ни стало получить решение задачи, как ни странно это звучит, зачастую приводит к еще большему появлению ошибочных решений в трудных случаях, когда способности акторов не позволяют им, в принципе, правильно решать такие задачи, и они, подключив интуицию и свой прошлый опыт, дают ошибочные решения, принимая их при этом за правильные [3-6]. В [7] обсуждаются разные источники знаний, которым соответствуют такие подмножества баз знаний, как:

Статья получена 17 марта 2024. Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России, номер темы FSFF-2023-0005.

Р.О. Мирахмедов, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета), (e-mail: mirakhmedov@gmail.com)

В.И. Протасов, профессор Московского авиационного института (национального исследовательского университета), (e-mail: protonus@yandex.ru)

- знания, записанные при создании системы (априорные знания),
- знания, полученные в результате самообучения (эмпирические знания),
- знания, полученные от учителя в процессе обучения,
- знания, выведенные формальными способами из других имеющихся знаний. Очевидно, что каждый из источников может внести в базу знаний некоторую, сравнительно большую или меньшую часть ошибочных знаний.

В настоящей работе предпринята попытка на примере достаточно простой модели актора разобраться в данной проблеме и обосновать новые подходы, позволяющие давать правильные решения с малой, наперед заданной величиной вероятности ошибочного решения. Практика применения метода эволюционного согласования (МЭС) для решения локальных задач [8-10] показала, что это возможно, если выполнен ряд условий.

Для вывода и обоснования таких систем предложена модель актора, в которой подобно [11] используются понятия квантов знаний, из которых строится иерархическая модель знаний актора.

В [12] модели знания представлены четырьмя уровнями: конкретным опытом, наблюдением и рефлексией, обобщением и абстракцией, а также активным экспериментом. Каждый из этих уровней играет важную роль в процессе усвоения и использования знаний.

Модель знаний — это концепция, которая описывает, как люди организуют, структурируют и используют знания [13- 15]. Существует множество различных моделей знаний, каждая из которых фокусируется на различных аспектах процесса усвоения знаний [16,17]. В настоящей работе использована логическая модель знаний, модифицированная с учетом специфики метода эволюционного согласования решений [8].

Очень важным для практики применения систем коллективного интеллекта является возможность измерять и сравнивать их, а также отдельных акторов, по величине интеллектуальной силы с использованием единой шкалы [8,18]. Существующая ныне система измерения коэффициента интеллекта IQ безнадежно устарела и с ее помощью невозможно оценивать и прогнозировать результаты работы группы, тем более что для этих целей не используются современные системы измерения трудностей задач.

Решению этих актуальных вопросов и посвящена эта работа.

## II. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ СИЛА АКТОРА

Для дальнейшего рассмотрения этих проблем и построения модели актора используем терминологию, предложенную в [2-4]:

*Актор* (лат. actor - деятель) - индивид, общественная группа, институт, интеллектуальный агент, программа или другой субъект, осуществляющий конкретные действия в рамках своей роли. В системах коллективного интеллекта актор может выступать в двух ролях – генерировать текст, являющийся решением какого-либо проекта или его части, либо оценивать чужие решения на их правильность. Одиночный актор определяется как актор нулевого ранга.

*Групповой актор  $i$ -го ранга* – группа, объединяющая несколько акторов  $i-1$  ранга, групповой актор 1-го ранга далее называется просто групповым актором;

*Коллективный интеллект* – способность группы акторов находить решения задач более эффективные, чем лучшее индивидуальное решение в этой группе. Эта способность зависит как от способностей отдельных акторов, входящих в группу, так и от правил или процедуры взаимодействия акторов в процессе работы над проектом.

*Слот* – отдельная часть проекта. Слот имеет самостоятельное значение в рамках проекта и частично удовлетворяет цели проекта. При работе над проектом слот может иметь правильное или ошибочное заполнение, либо остаться незаполненным (ответ – «не знаю»).

*Задача* – в узком смысле этого слова – вопрос из тестовой базы с известными жюри ответами, но неизвестными актору и предлагаемому ему для ответа. В широком смысле задача – проблема, проект локального уровня и т.п. с неизвестным для акторов решением, удовлетворяющий поставленной цели.

*МЭС* – процедура заполнения слотов проекта групповым актором в соответствии с правилами взаимодействия, взятых из генетических алгоритмов. На нулевой стадии – стадии генерации решений акторы, исходя из своих способностей, заполняют слоты проекта, либо оставляют некоторые из них незаполненными.

*Цех* – совокупность всех акторов разной подготовленности, имеющих знания в конкретной области.

*Знания цеха* – совокупность знаний акторов, совпадающих у большинства, и знаний, относящихся к специфике цеха, зафиксированных в различных источниках, считающихся истинными на данный момент времени.

*Интеллектуальная сила актора* – величина, связанная с затратами труда на решении задачи и подготовленностью актора.

*Интеллектуальная сложность задачи* – мера трудности задачи, связанная с затратами интеллектуального труда на ее решение.

В [8] приводится и обсуждается модель Раша [19], связывающая подготовленности и трудности решения задач в рамках единой модели.

Считается, что актор характеризуется при работе над проектом со слотами одинаковой степени трудности четырьмя параметрами:

$G_R$  - вероятность заполнения слота правильным ответом,

$G_N$  - вероятность заполнения слота ошибочным ответом,

$E_R$  - вероятность правильного оценивания слота,

$E_N$  - вероятность ошибочного оценивания слота.

С этими параметрами актора связаны четыре вспомогательных параметра:

$G_S = G_R + G_N$  - вероятность заполнения слота на стадии генерации решений,

$G_V = 1 - G_S$  - вероятность ответа «не знаю» на этой стадии,

$E_S = E_R + E_N$  - вероятность того, что слот будет заполнен при оценивании,

$E_V = 1 - E_S$  - вероятность того, что слот не будет заполнен при оценивании.

Введено понятие идеального актора, имеющее вспомогательный характер и используемое для формулирования утверждений и выводов теории.

*Идеальный актор* – гипотетический актор, у которого  $G_S = G_R$ ,  $G_N = 0$  и  $E_R = 1$ .

Вероятность того, что задача будет решена хотя бы одним актором из  $M$  акторов группы составит

$$Q = 1 - (1 - G_R)^M. \quad (1)$$

Вероятность  $G_R$  правильного заполнения слота трудности  $\beta$  актором с подготовленностью к генерации правильных решений  $\theta_{GR}$  определяется согласно модели Раша по формуле:

$$G_R = \frac{1}{1 + e^{\beta - \theta_{GR}}}. \quad (2)$$

Модель Раша в тестологии обеспечивает независимость измерений испытуемого от трудности задания.

Для определения зависимости вероятности ошибочного решения от трудности задания вначале определим по модели Раша зависимость вероятности заполнения слота актором:

$$G_S = \frac{1}{1 + e^{\beta - \theta_{GS}}}, \quad (3)$$

где  $\theta_{GS}$  – подготовленность актора к заполнению слотов как правильными, так и ошибочными ответами.

Вероятность принятия ошибочного решения актором составит при этом

$$G_N = \frac{1}{1 + e^{\beta - \theta_{GS}}} - \frac{1}{1 + e^{\beta - \theta_{GR}}}. \quad (4)$$

Аналогичные выражения получаются и для вероятностей правильной и ошибочной экспертизы:

$$E_R = \frac{1}{1 + e^{\beta - \theta_{ER}}}, \quad E_S = \frac{1}{1 + e^{\beta - \theta_{ES}}}, \\ E_N = \frac{1}{1 + e^{\beta - \theta_{ES}}} - \frac{1}{1 + e^{\beta - \theta_{ER}}}. \quad (5)$$

Склонность актора к генерации ошибочного ответа характеризуется величиной  $\delta_G = \theta_{GS} - \theta_{GR}$ , а склонность актора к ошибочной экспертизе – величиной  $\delta_E = \theta_{ES} - \theta_{ER}$ . У идеального актора эти величины считаются равными нулю.

В [8] приведены определения интеллектуальной силы идеального актора и интеллектуальной сложности задачи, эквивалентные затратам труда на ее решение и использующие принцип равной оплаты за равный труд. Введена единица измерения этих величин ИНТ.

«1 ИНТ – затраты интеллектуального труда идеального актора с подготовленностью  $\theta=0$  при решении задачи трудности  $\beta=0$  с вероятностью 0.5;

$Z(\theta)$  – интеллектуальная сила актора, эквивалентная затратам труда актора с подготовленностью  $\theta$ , измеряется в ИНТ, следовательно по определению  $Z(0)=1$  ИНТ;

$S(\beta)$  – интеллектуальная сложность задачи трудности  $\beta$ , так же измеряется в ИНТ. Очевидно, что если затраты труда одного актора составляют 1 ИНТ, то затраты труда  $M_0$  акторов, решающих правильно задачу трудности  $\beta=0$  с вероятностью  $Q$ , или интеллектуальная сложность задачи составит  $S(0) = M_0$  ИНТ»

В [8] доказаны:

«Утверждение 1. Интеллектуальная сложность задачи трудности  $\beta$ , решаемая с заданной вероятностью  $Q$  равна

$$S(\beta) = \frac{\ln \frac{1}{1-Q}}{\ln 2} C^\beta = M_0 C^\beta. \quad (6)$$

Утверждение 2. Интеллектуальная сила актора с подготовленностью  $\theta$  равна

$$Z(\theta) = C^\theta, \quad (7)$$

где  $C = e^{\frac{1}{2 \ln 2}} = 2.05720346 \dots$ ».

### III. МОДЕЛЬ АКТОРА

Множество знаний в цехе разбивается на два подмножества – подмножество «квантов знания»  $\mathbb{W}$  – определений, некоторых фактов, результатов и подмножества  $\mathbb{P}$  – процедур, обладающих алгоритмами вывода новых знаний. Каждое подмножество разбивается на  $\mathcal{K} \in \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$  подмножеств, соответствующих уровням знаний  $k=1, 2, \dots, \mathcal{K}$ . Уровню 0 соответствуют пустое множество, уровню 1 – первоначальные кванты знания  $w_{1,i} \in \mathbb{W}$  ( $k=1, i=1, 2, \dots, n_1$ ),  $n_1$  – число квантов знаний 1-уровня), соответствующие первичным понятиям, определениям и т.п., и первоначальные процедуры вывода новых знаний  $p_{1,j} \in \mathbb{P}$  ( $k=1, j=1, 2, \dots, m_1$ ,  $m_1$  – число процедур, соответствующих 1-уровню).

Получение нового кванта знания на уровне  $k$  представлено следующим образом. Допустим, что у нас имеется  $L$  подмножеств  $\omega_i \subseteq \mathbb{W}$ ,  $i=1, 2, 3, \dots, L$  и  $V$  процедур  $\rho_j \in \mathbb{P}$ ,  $j=1, 2, 3, \dots, V$ , причем хотя бы одна из них  $\rho_j \equiv P_k$ , где  $P_k = \{p_{k,1}, p_{k,2}, \dots, p_{k,m_k}\}$ .

Схема получения нового кванта знания представляется в виде:

$$w_{k,n_{k+1}} = \rho_L(\varphi_{L-1}, \omega_L),$$

где  $\varphi_i$  – промежуточные результаты.

$$\varphi_1 = \rho_1(\omega_1), \varphi_2 = \rho_1(\varphi_1, \omega_2), \dots, i = 1, 2, \dots, L-1.$$

Новая процедура уровня  $k+1$   $p_{k+1,m_{k+1}}$  строится из процедур  $\{P_1, P_2, \dots, P_{m_k}\} \cup P_k$  и квантов знания предыдущих уровней из  $\{W_1, W_2, \dots, W_k\}$ , где  $W_k = \{w_{k,1}, w_{k,2}, \dots, w_{k,n_k}\}$ .

$$p_{k+1,m_{k+1}} = F(\left(\{P_1, P_2, \dots, P_{m_k}\} \cup P_k\right) \cap \{W_1, W_2, \dots, W_k\}),$$

здесь  $F$  – вновь созданная комбинация из квантов знаний и процедур, определенных выше, позволяющая решать новую задачу, которая не может быть решена на прежних уровнях, и породить новые знания уровня  $k+1$ .

Отметим, что новая процедура вводится в базу знаний цеха только тогда, когда она будет проверена и принята акторами цеха, обладающими соответствующими компетентностями. Более того, она должна пройти проверку временем, и если найдется актер или группа акторов доказательно опровергающих правильность новой процедуры, то она должна быть исключена из базы знаний.

Таким образом, с течением времени в цехе непрерывно происходит увеличение числа элементов подмножеств  $\mathbb{W}$  и  $\mathbb{P}$ , приводящее к росту  $n_k$  и  $m_k$  и росту уровня  $\mathcal{K}$  горизонта знаний.

Ясно, что отдельный актер цеха обладает лишь частью всех знаний цеха и его уровень знаний ниже горизонта знаний цеха. Более того, часть квантов знаний и процедур усвоена им неправильно и, используя их в процессе вывода новых знаний или при решении новых задач, он будет получать ошибочные знания и решения, не зная об этом.

Далее введем два подмножества признаков усвоения некоторым актором квантов знаний цеха  $\mathbb{H}_W$  и процедур  $\mathbb{H}_P$ . Элементы  $(H_W)_{j,i} \in \mathbb{H}_W$  и  $(H_P)_{j,i} \in \mathbb{H}_P$  ( $i=1, 2, \dots, n_k, j=1, 2, \dots, m_k, k=1, 2, \dots, \mathcal{K}$ ) принимают

$$\text{значение } \mathcal{V} = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases},$$

означающими при  $\mathcal{V} = 1$  – правильное усвоение,  $\mathcal{V} = 0$  – пробел в знаниях, и  $\mathcal{V} = -1$  – ошибочное усвоение.

Допустим, существует множество акторов цеха  $\mathbb{M}$  и пусть  $\mathcal{M}$  – количество акторов этого цеха. Для каждого  $m$ -го актора цеха ( $m=1, 2, \dots, \mathcal{M}$ ), определим множество знаний, состоящих из двух подмножеств  $\mathbb{w}_m$  и  $\mathbb{p}_m$ , задаваемых следующим образом: в каждый из элементов  $(w_m)_{j,i} \in \mathbb{w}_m$  и  $(p_m)_{j,i} \in \mathbb{p}_m$  заносится при  $\mathcal{V} = 1$  правильная запись из  $\mathbb{W}$  или  $\mathbb{P}$ , пустое значение при  $\mathcal{V} = 0$  или ошибочная запись кванта знаний или процедуры при  $\mathcal{V} = -1$ .

Модель актора, представленная выше, как показывает анализ, коррелирует с моделью Раша [19].

Поскольку аргументом (2) является превышение трудности задачи над подготовленностью актора  $\beta - \theta$ , то для анализа нужно ввести уровень отсчета. Для этого введем понятие средней по трудности задачи цеха и положим для нее  $\beta = 0$ , введем также понятие среднего по подготовленности актора цеха и положим для него  $\theta = 0$ . Как это можно осуществить на практике, изложено в [18] при описании методики сертификации акторов и тестовых задач. Согласно (2), средний по подготовленности актер цеха решает среднюю по трудности задачу цеха с вероятностью 0.5. Простые задачи цеха, близкие к первому уровню, где у среднего актора нет пробелов или ложных знаний, решаются таким актором с вероятностью правильного решения  $G_R$  близкой к единице.

По мере усложнения задач у актора появляются пробелы в знаниях и ложные знания в этой области трудностей задач, и вероятность правильного решения задач у него падает. Трудные задачи цеха решаются им с вероятностью, близкой к нулю. Этого и следовало ожидать, поскольку у актора среднего уровня нет знаний о процедурах высоких для него уровней. При росте подготовленности актора горизонт его знаний приближается к горизонту знаний цеха, и мы наблюдаем

сдвиг логистической кривой, характеризующей вероятность правильного решения вправо, а у актора с подготовленностью ниже средней соответственно влево.

С такой моделью актора согласуется эмпирически известный факт, что одиночный актер не может решать задачи своего цеха без ошибок, поскольку существуют задачи, превышающие по трудности его уровень подготовленности, и если он при решении задачи использует ложные кванты и процедуры знаний, не зная, что они ложны. Поскольку у группы акторов ложные кванты знаний не совпадают по своему положению в иерархическом графе знаний, то есть надежда, что можно построить процедуру совместного решения задач практически без ошибок.

Обозначим общее количество знаний (квантов знаний и процедур) в цехе, соответствующее уровню знаний  $\mathcal{K}$ , величиной  $\Pi$ , а количество знаний, соответствующее средним по трудности задачам, требующим для своего решения уровня знаний, не ниже  $\mathcal{K}_{cp}$  как  $\Pi_{cp}$ .

Запишем (6) в виде  $S = M_0 e^{\beta/2 \ln 2}$  и заменим экспоненту  $e^\beta$  на  $B$ , тогда экспонента от трудности

$$B = \left(\frac{S}{M_0}\right)^{2 \ln 2}, \quad (8)$$

при этом  $0 < B < \infty$ . С другой стороны, коррелирующая с ней величина  $\Pi$  также изменяется в этих пределах  $0 < \Pi < \infty$ . Предположим, что величины  $\Pi$  и  $B$  связаны соотношением

$$B = (c * \Pi)^\alpha, \quad (9)$$

где  $c$  и  $\alpha$  некоторые константы.

Сравнение (8) и (9) позволяет предположить, что

$$c * \Pi = \frac{S}{M_0}, \quad \alpha = 2 \ln 2.$$

Поскольку для задачи средней трудности  $\beta=0$ , то согласно (6)  $S = M_0$ . Следовательно,  $c * \Pi_{cp} = 1$ , константа  $c = \frac{1}{\Pi_{cp}}$  и выражение для интеллектуальной сложности задачи можно записать в виде

$$S = M_0 \frac{\Pi}{\Pi_{cp}}. \quad (10)$$

Итак, если выполняется наше предположение о зависимости  $\Pi$  и  $S$  в виде (9), то можно дать следующее определение интеллектуальной сложности задачи:

Интеллектуальная сложность задачи пропорциональна отношению количества знаний, соответствующего уровню, необходимому для ее решения, к количеству знаний среднего уровня.

Из (6) и (10) следует выражение для трудности  $\beta$ , определяющее ее смысл:

$$\beta = 2 \ln 2 * \ln \frac{\Pi}{\Pi_{cp}}. \quad (11)$$

В модели Раша трудность задачи была названа латентной переменной, поскольку она носит косвенный характер и получается из процедуры обработки результатов тестов. Также в модели Раша в величинах  $\theta$  и  $\beta$  нет нуля отсчета, поскольку в ней параметром является их разность. В выражении же (11) при  $\Pi = \Pi_{cp}$   $\beta = 0$ .

Предлагаемая модель актора позволяет также понять смысл и дать определение другой латентной переменной модели Раша – подготовленности  $\theta$  актора.

Обозначим общее количество знаний (квантов знаний и процедур) актора, величиной  $\Lambda$ , а количество

знаний, соответствующее среднему по подготовленности актору цеха как  $\Lambda_{cp}$ .

Запишем (7) в виде  $Z = e^{\theta/2 \ln 2}$  и заменим экспоненту  $e^\theta$  на  $\Psi$ , тогда экспонента от подготовленности

$$\Psi = Z^{2 \ln 2}, \quad (12)$$

при этом  $0 < \Psi < \infty$ . С другой стороны, коррелирующая с ней величина  $\Lambda$  также изменяется в этих пределах  $0 < \Lambda < \infty$ . Как и в предыдущем случае, предположим, что величины  $\Lambda$  и  $\Psi$  связаны соотношением

$$\Psi = (c * \Lambda)^\alpha, \quad (13)$$

где  $c$  и  $\alpha$  некоторые константы.

Сравнение (12) и (13) позволяет предположить, что  $c * \Lambda = Z$ , а  $\alpha = 2 \ln 2$ .

Поскольку у актора средней подготовленности  $\theta=0$ , то согласно (7)  $Z = 1$ . Следовательно,  $c * \Lambda_{cp} = 1$ , константа  $c = \frac{1}{\Lambda_{cp}}$  и выражение для интеллектуальной силы актора можно записать в виде

$$Z = \frac{\Lambda}{\Lambda_{cp}}. \quad (14)$$

Итак, если выполняется предположение о зависимости  $\Lambda$  и  $Z$  в виде (14), то можно дать следующее определение интеллектуальной силы актора:

Интеллектуальная сила актора пропорциональна отношению количества знаний актора к количеству знаний актора среднего уровня.

Из (7) и (14) следует выражение для подготовленности актора:

$$\theta = 2 \ln 2 * \ln \frac{\Lambda}{\Lambda_{cp}}. \quad (15)$$

Еще раз отметим, что в модели Раша подготовленности актора и трудности заданий трактуются, как латентные переменные, получаемые из обработки результатов тестирования. При этом может существовать бесконечно большое количество шкал их измерения, поскольку однопараметрическая модель Раша определяет вероятность правильного решения, как зависимости от разности трудности задачи  $\beta$  и подготовленности актора  $\theta$ . Выражения (11) и (15) придают смысл латентным переменным и позволяют создать логически обоснованную единую шкалу измерения.

Можно показать, как применение двухпараметрической модели Раша позволяет упростить написание выражений (6), (7), (11) и (15):

Введем второй параметр в модели Раша  $\alpha = 2 \ln 2$  и новые выражения для трудности задачи и подготовленности актора в виде:

$$\mathbf{B} = \frac{\beta}{2 \ln 2} \text{ и } \mathbf{\Theta} = \frac{\theta}{2 \ln 2}.$$

Тогда модель Раша представляется в двухпараметрическом виде:

$$G_R = \frac{1}{1 + e^{\alpha(\mathbf{B} - \mathbf{\Theta})}}. \quad (16)$$

Утверждения (6) и (7) будут записаны как экспоненты от новых величин трудности задачи и подготовленности актора:

$$S = M_0 e^{\mathbf{B}}, \quad Z = e^{\mathbf{\Theta}},$$

А определения трудности задачи и подготовленности актора будут выглядеть так:

$$\mathbf{B} = \ln \frac{\Pi}{\Pi_{cp}}, \quad \mathbf{\Theta} = \ln \frac{\Lambda}{\Lambda_{cp}}.$$

#### IV. АКТОР 1-ГО РАНГА И ТЕОРЕМА О СТРЕМЛЕНИИ К НУЛЮ ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБОЧНОГО РЕШЕНИЯ

Выше были приведены и формализованы все основные характеристики актора, позволяющие понять особенности и возможности при его работе по решению задач.

Описание работы группового актора первого ранга приведено выше при определении МЭС. Групповой актор первого ранга образован подмножеством  $M$  акторов, взятых из множества акторов  $\mathbb{M}$  и обладающих знаниями  $(w_m)_{j,i} \in \mathbb{W}_m$  и  $(p_m)_{j,i} \in \mathbb{P}_m$ , здесь  $m$  равно значениям индексов акторов из  $\mathbb{M}$ , где  $i=1,2,\dots,n_k$ ,

$j=1,2,\dots,m_k$ ,  $k=1,2,\dots,\mathcal{K}$ ,  $\mathcal{K}$  – число уровней знаний в цехе.

Рассмотрим следующую теорему:

*Теорема об условиях стремления к нулю вероятности ошибочного решения актора 1-го ранга*

Пусть групповой актор состоит из  $M$  одиночных акторов с подготовленностями  $\theta_{GR}$ ,  $\theta_{GS}$ ,  $\theta_{ER}$  и  $\theta_{ES}$ , численные значения которых лежат в интервале  $[\theta - \delta/2, \theta + \delta/2]$ ,  $\theta \in \mathbf{R}$  и  $\delta \in \mathbf{R}$ .

Утверждается, если  $M \rightarrow \infty$  и  $\delta < \ln 2$ , то вероятность неправильного решения задачи произвольной трудности  $\beta$  групповым актором стремится к нулю.

*Доказательство.* Из всего множества значений подготовленностей  $\theta_{GR}$ ,  $\theta_{GW}$ ,  $\theta_{ER}$  и  $\theta_{EW}$  выберем такие, для которых вероятность получения неправильного решения групповым актором будет максимальной, то есть

$$\theta_{GR} = \theta - \delta, \theta_{GW} = \theta + \delta, \theta_{ER} = \theta - \delta, \theta_{EW} = \theta + \delta.$$

Согласно модели Раша для соответствующих вероятностей можно записать выражения

$$\begin{aligned} G_R &= \frac{1}{1+e^{\beta-\theta+\delta}}, & G_W &= \frac{1}{1+e^{\beta-\theta-\delta}}, \\ G_V &= 1 - G_W = \frac{1}{1+e^{-\beta+\theta+\delta}}, \\ G_N &= G_W - G_R = \frac{1}{1+e^{\beta-\theta-\delta}} - \frac{1}{1+e^{\beta-\theta+\delta}}. \end{aligned} \quad (17)$$

Такие же выражения можно записать соответственно для  $E_R$ ,  $E_S$  и  $E_N$ , то есть

$$E_R = G_R, E_W = G_W \text{ и } E_N = G_N \quad (18)$$

Легко показать, что в конце итерационного цикла согласований при  $M \rightarrow \infty$  вероятность принятия неправильного решения одного актора в составе группы будет

$$P_N = G_N + \frac{E_N}{E_W} G_V. \quad (19)$$

Подставляя (17) и (18) в (19), после преобразований получим зависимость  $P_N(\beta)$ :

$$P_N = \frac{1}{1+e^{\beta-\theta-\delta}} + \frac{1+e^{\beta-\theta-\delta}}{2+e^{-\beta+\theta+\delta}+e^{\beta-\theta-\delta}}. \quad (20)$$

Дифференцируя (20) по  $\beta$  и приравнявая полученное выражение к нулю, получим, что при единственном значении  $\beta = \theta$  для любых  $\delta$  функция (20) имеет экстремум. Поскольку при этом вторая производная от нее в этой точке отрицательна, то делаем заключение, что она имеет максимум в этой точке.

Очевидно, что если вероятность принятия неправильного решения одиночного актора в точке максимума меньше 0.5, то и для всего интервала изменения  $\beta$  от  $-\infty$  до  $+\infty$  эта вероятность также меньше 0.5. Следовательно, на всем интервале

изменения  $\beta$  при  $M \rightarrow \infty$  согласно теореме Кондорсе [20] вероятность принятия неправильного решения групповым актором  $Q_N$  стремится к нулю. Максимально допустимое значение  $\delta = \ln 2$  определяется из решения (20) при  $P_N = 0.5$ , что и требовалось доказать.

Аналогично, можно доказать, что если подготовленности  $\theta_{ER}$  и  $\theta_{ES}$  находятся в интервале  $[\theta - \delta + 1, \theta + \delta + 1]$  при прежних значениях  $\theta_{GR}$  и  $\theta_{GS}$ , то величина предельного значения  $\delta_1 = \ln \sqrt{5}$ .

Исходя из этой теоремы, можно сделать следующий вывод.

Если мы для какого-то класса задач имеем базу сертифицированных экспертов, и нам известны их подготовленности, то мы можем из них скомплектовать группового актора, который либо решит подобные задачи правильно, либо даст ответ «не могу решить» при заранее заданной как угодно малой величине вероятности неправильного решения. Во втором случае нерешенная задача может быть передана группе акторов с более высокой степенью подготовленности.

#### V. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Компьютерная модель МЭС, как и в [8–10], разработана для моделирования процесса получения консолидированного решения группой виртуальных акторов с использованием метода Монте-Карло.

В модели актора введены два подмножества признаков усвоения некоторым актором квантов знаний цеха  $\mathbb{W}_W$  и процедур  $\mathbb{P}_P$ . Элементы  $(H_W)_{j,i} \in \mathbb{W}_W$  и  $(H_P)_{j,i} \in \mathbb{P}_P$  ( $i=1,2,\dots,n_k$ ,  $j=1,2,\dots,m_k$ ,  $k=0,1,2,\dots,\mathcal{K}$ )

принимают значение  $\mathcal{V} = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases}$ ,

означающими при  $\mathcal{V} = 1$  – правильное усвоение,  $\mathcal{V} = 0$  – пробел в знаниях, и  $\mathcal{V} = -1$  – ошибочное усвоение. Для компьютерной модели эти обозначения используются для имитации процесса принятия решений. Исходя их известной трудности задачи  $\beta$  и известных подготовленностей акторов  $\theta_{GR}$ ,  $\theta_{GS}$ ,  $\theta_{ER}$  и  $\theta_{ES}$  согласно выражениям (2–5) определяются соответствующие вероятности  $G_R$ ,  $G_S$ ,  $E_R$  и  $E_S$ . Для каждого актора на стадии генерации решений в одномерном массиве  $V$  в соответствии с вероятностями  $G_R$ ,  $G_S$  заносятся индексы  $\mathcal{V}$ , где 1 соответствует правильному решению, 0 – ответу «не знаю».

Поскольку в компьютерной модели предполагается, что правильный ответ может быть один, а ошибочных несколько, причем они равновероятны, то в соответствующую компоненту массива  $V$  заносится отрицательное число, модуль которого соответствует номеру типа ошибочного решения. Далее, в соответствии со схемой МЭС, производятся соответствующие действия над элементами массива. Согласно процедуре Монте-Карло, производятся многократные повторения имитации процедуры принятия решений акторами и производится суммирование исходов решения в соответствии с индексами массива  $V$ . После проведения большого количества испытаний (порядка 1000000 в каждом случае) производится деление полученных сумм на число испытаний, и мы получаем искомые величины

вероятностей  $Q_R$ ,  $Q_N$  и  $Q_V$  – соответственно правильных решений группы, ошибочных и ответов «не знаю».

Исследования проводились для значений ошибаемости  $\delta < \ln 2$ , числе акторов  $M=15$  и числе типов ошибочных решений равным 5. Величины трудности задания  $\beta$  изменялась от  $-7$  до  $7$  логит с шагом  $0.1$  логит. С использованием компьютерной модели рассчитывались величины  $Q_R$ ,  $Q_N$  и  $Q_V$ .

На рис. 1 приведены графики зависимостей  $G_R$ ,  $G_N$ ,  $E_R$ ,  $E_N$ ,  $Q_R$ ,  $Q_N$  и  $Q_V$  от  $\beta$  при  $\delta < \ln 2$ .

Из сравнения кривых  $G_R$  и  $Q_R$  видно, что в диапазоне трудности задач  $-6.9 < \beta < 2.8$  (при  $\beta = -6.9$   $G_R = 0.999$ ) наблюдается эффект «усиления интеллекта», поскольку вероятность принятия правильного решения у группы выше, чем у одиночки, а по всей шкале  $\beta$  наблюдается эффект существенного уменьшения вероятности ошибочного решения, поскольку  $Q_N \ll G_N$  и  $Q_N \ll E_N$ .

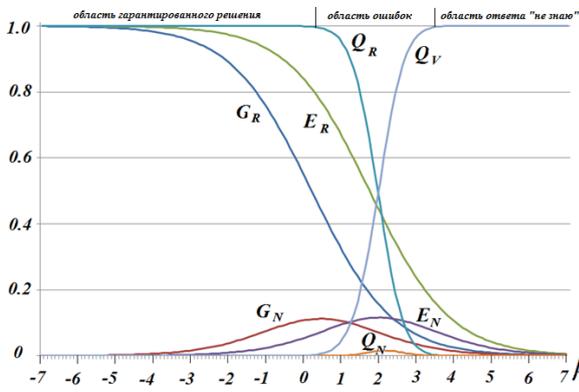


Рис.1. Зависимости вероятностей правильных и ошибочных решений у одиночных акторов и актора 1-го ранга

Шкалу трудности задач  $\beta$  можно разбить на три области. Первая - область гарантированного решения задачи  $-\infty < \beta < \beta_R$  ( $Q_R = Q_{max}$ ), при  $Q_{max} = 0.999$ ,  $\beta_R = 0.05$ . Третья область - область ответа «не знаю»  $\beta_V$  ( $Q_V = Q_{max}$ )  $< \beta < \infty$ , при  $Q_{max} = 0.999$ ,  $\beta_V = 3.65$ . Вторая область - область ошибок  $\beta_R < \beta < \beta_V$ , характеризуется величиной  $Q_{Nmax}$  - максимальной величиной ошибки. В нашем случае  $Q_{Nmax} = 0.0162$ , при этом у одиночного актора  $G_{Nmax} = 0.1126$ , то есть мы наблюдаем уменьшение максимальной ошибки у группового актора по сравнению с одиночным в 7 раз. Следует отметить, что область ошибок у одиночного актора начинается при  $\beta_R = -6.9$ , а заканчивается при  $\beta_V = 7.2$  логит.

## VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показали, что в некоторых случаях при решении локальных задач с использованием метода эволюционного согласования решений становится возможным получение правильных решений с контролируемой малой величиной вероятности ошибочных решений за счет многостадийной работы акторов в двух ролях - роли генераторов первичных решений и экспертов-оценителей чужих решений.

Найдены условия, при которых это становится возможным. Во-первых, подготовленности акторов

должны отличаться не более, чем на 2 логита. Во-вторых, ошибаемость акторов не должна превышать критическую величину, допускаемую теорией и равной  $\ln 2$ . Для этого акторы должны быть натренированы на тестовых заданиях в трудных для них случаях давать ответ «не знаю», чтобы дать возможность акторам, имеющим знания в этих трудных областях, проявить их. В-третьих, при известных или прогнозируемых величинах трудностей задач нужно настроить структуру МЭС под коллектив акторов с подобранными для этих задач величинами подготовленностями, определив их число и ранг МЭС.

## БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Горбань А. Н.: Ошибки интеллекта, основанного на данных. Сборник статей по материалам Международной конференции «Интеллектуальные системы в науке и технике. Искусственный интеллект в решении актуальных социальных и экономических проблем XXI века». – Пермь: –2020, с.11–13. <https://elibrary.ru/item.asp?id=44314732> (дата обращения 17.03.2024).
- [2] Alexander Gorban , Bogdan Grechuk, Ivan Tyukin.: Augmented Artificial Intelligence: a Conceptual Framework. 18.03.2018, arXiv preprint arXiv: <https://arxiv.org/pdf/1802.02172v3.pdf> (дата обращения 17.03.2024).
- [3] Fields, Chris, James F. Glazebrook, and Michael Levin.: Principled Limitations on Self-Representation for Generic Physical Systems // Entropy, 2024, no. 3: 194 p. <https://doi.org/10.3390/e26030194&>
- [4] Stammers, S.; Bortolotti, L. Introduction: Philosophical Perspectives on Confabulation. Topoi 2020, 39, pp.115–119. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11245-019-09668-z> (дата обращения 17.03.2024).
- [5] Barba, G.F.; La Corte, V. : A neurophenomenological model for the role of the hippocampus in temporal consciousness. Evidence from confabulation // Front. Behav. Neurosci. 2015, 9, 218 p. DOI: [10.3389/fnbeh.2015.00218](https://doi.org/10.3389/fnbeh.2015.00218) <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4549641/> (дата обращения 17.03.2024).
- [6] Keeling, S.: Confabulation and rational obligations for self-knowledge // Philos. Psychol. 2018, 31, pp.1215–1238. <https://doi.org/10.1080/09515089.2018.1484086>
- [7] А.А. Жданов.: Общая теория систем: анализ и дополнение. Электронное издание. –М.: Лаборатория знаний, 2024, 192 с.
- [8] Протасов В.И.: Системы коллективного интеллекта. Теория и практика. –М.: Вузовская книга, 2024, 230 с.
- [9] Протасов, З.Е. Потاپова.: Методика кардинального снижения вероятности принятия ошибочных решений в системах коллективного интеллекта // Международный научный журнал «Современные информационные технологии и ИТ-образование». 2019, том 15, №. 3, с. 588 – 601. DOI: <https://doi.org/10.25559/SITITO.15.201903.588-601>
- [10] V. Protasov, Z. Potapova , G. Akhobadze. : How to reduce the probability of erroneous decisions in the systems of collective intelligence // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, v.927(1), 012069. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/927/1/012069/pdf> (дата обращения 17.03.2024).

- [11] Соболев В.Е. : Квант знания и информация как гносеологическая проблема // *Философская мысль*. 2016. № 6. С. 19-27. DOI: 10.7256/2409-8728.2016.6.19212
- [12] Kolb, D. A.: *Experiential learning theory: A dynamic, holistic approach to learning*. In *Learning theory*, 2021, pp. 386-412. Routledge. DOI: 10.4324/9780203878365
- [13] Смагин А.А., Липатова С.В., Мельниченко А.С.: *Интеллектуальные информационные системы*. – Ульяновск: Издательский центр Ульяновского государственного университета, 2010, 50с.
- [14] Smith, J. A., & Clark, J. M.: *Knowledge modeling and the design of information systems* // *Journal of Knowledge Management*, 2017, vol. 21(5), pp.1081-1098. DOI: 10.1108/JKM-08-2016-0345
- [15] Brown, J. S., & Duguid, P.: *Organizing knowledge* // *MIT Sloan Management Review*, 2018, vol. 59(3), pp.105-112. <https://sloanreview.mit.edu/article/organizing-knowledge/> (дата обращения 17.03.2024).
- [16] Greeno, J. G., & Collins, A. M.: *Cognitive model of knowledge transfer* // *Handbook of Educational Psychology*, 2019, pp. 88-106. Routledge. DOI: 10.4324/9781410605350
- [17] Jonassen, D. H.: *Constructivist models of learning*. In *Learning to solve problems with technology*, 2020, pp. 1-17. Routledge. DOI: 10.4324/9780203855519
- [18] В.И. Протасов, З.Е. Потапова.: *Метрология систем эволюционного согласования решений и нормирование интеллектуального труда* // *Международный научный журнал «Современные информационные технологии и ИТ-образование»*. 2019, том 15, № 4, с. 1058-1069. DOI: <https://doi.org/10.25559/SITITO.15.201904.1047-1055>
- [19] G. Rasch.: *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. – Chicago: University of Chicago Press, 1981, 199 p.
- [20] Condorcet, marquis Marie-Jean-Antoine-Nicolas de Caritat. : *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*. –Paris: Imprimerie Royale, 1785.

Роман Октамович Мирахмедов,  
аспирант каф. 311 Московского авиационного института,  
Москва, Россия. AuthorID: 1192305, SPIN: 6344-9920, ORCID  
0000-0001-8930-0138 mirakhmedov@gmail.com

Владислав Иванович Протасов,  
докт.техн.наук, доцент, профессор каф. 307 Московского  
авиационного института, Москва, Россия. AuthorID: 520803,  
SPIN: 9455-1291, ORCID: 0000-0002-4783-7209  
protonus@yandex.ru

# Actor model and method of evolutionary coordination of decisions

Roman Mirackmedov, Vladislav Protasov

**Abstract**—An actor model is presented that explains the effects of increasing the intellectual power of a group of actors compared to a single actor and significantly reducing the likelihood of erroneous decisions when using the evolutionary coordination method. A theorem confirming this effect is formulated and proven. Definitions are given and mathematical expressions are obtained for calculating intellectual power in mathematically based units using an absolute measurement scale. The results of computer modeling of the decision-making process are presented. Agreement with the theoretical model was obtained. Conclusions are drawn regarding the conditions under which it is possible for an actor of the first rank to obtain a correct decision with a probability of an erroneous decision below a predetermined small value.

**Key words**—evolutionary coordination of decisions, actor, group of actors, collective intelligence system, error probability, Rasch model.

## REFERENCES

- [1] A. Gorban: Errors in data-based intelligence. Collection of articles based on the materials of the International Conference “Intelligent Systems in Science and Technology. artificial intelligence in solving pressing social and economic problems of the 21st century.” – Perm: –2020, pp. 11–13 (in Russian).
- [2] Alexander Gorban, Bogdan Grechuk, Ivan Tyukin.: Augmented Artificial Intelligence: a Conceptual Framework. 18.03.2018, arXiv preprint arXiv: <https://arxiv.org/pdf/1802.02172v3.pdf> (дата обращения 17.03.2024).
- [3] Fields, Chris, James F. Glazebrook, and Michael Levin.: Principled Limitations on Self-Representation for Generic Physical Systems // *Entropy*, 2024, no. 3: 194 p. <https://doi.org/10.3390/e26030194>
- [4] Stammers, S.; Bortolotti, L. Introduction: Philosophical Perspectives on Confabulation. *Topoi* 2020, 39, pp.115–119. <https://link.springer.com/article/10.1007/s11245-019-09668-z> (дата обращения 17.03.2024).
- [5] Barba, G.F.; La Corte, V. : A neurophenomenological model for the role of the hippocampus in temporal consciousness. Evidence from confabulation // *Front. Behav. Neurosci.* 2015, 9, 218 p. DOI: 10.3389/fnbeh.2015.00218 <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC4549641/>
- [6] Keeling, S.: Confabulation and rational obligations for self-knowledge // *Philos. Psychol.* 2018, 31, pp.1215–1238. <https://doi.org/10.1080/09515089.2018.1484086>
- [7] A.Zhdanov: General theory of systems: analysis and additions. Electronic edition. –M.: Laboratory of Knowledge, 2024, 192 p. (in Russian).
- [8] V.Protasov.: Systems of collective intelligence. Theory and practice. – M: University Book, 2024, 230 p. (in Russian).
- [9] V. Protasov, Z Potapova: Methodology for radically reducing the probability of making erroneous decisions in collective intelligence systems // *International scientific journal “Modern information technologies and IT education”*. 2019, volume 15, no. 3, p. 588–601 (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.25559/SITTO.15.201903.588-601>
- [10] V. Protasov, Z. Potapova, G. Akhobadze. : How to reduce the probability of erroneous decisions in the systems of collective intelligence // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2020, v.927(1), 012069. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/927/1/012069/pdf>
- [11] V. Sobolev: Quantum of knowledge and information as an epistemological problem // *Philosophical thought*. 2016. No. 6. P. 19-27. (in Russian). DOI: 10.7256/2409-8728.2016.6.19212
- [12] Kolb, D. A.: *Experiential learning theory: A dynamic, holistic approach to learning*. In *Learning theory*, 2021, pp. 386-412. Routledge. DOI: 10.4324/9780203878365
- [13] A. Smagin, S. Lipatova, A. Melnichenko: *Intelligent information systems*. – Ulyanovsk: Publishing center of Ulyanovsk State University, 2010, 50 p. (in Russian).
- [14] Smith, J. A., & Clark, J. M.: Knowledge modeling and the design of information systems // *Journal of Knowledge Management*, 2017, vol. 21(5), pp.1081-1098. DOI: 10.1108/JKM-08-2016-0345
- [15] Brown, J. S., & Duguid, P.: *Organizing knowledge* // *MIT Sloan Management Review*, 2018, vol. 59(3), pp.105-112. <https://sloanreview.mit.edu/article/organizing-knowledge/> (дата обращения 17.03.2024).
- [16] Greeno, J. G., & Collins, A. M.: *Cognitive model of knowledge transfer* // *Handbook of Educational Psychology*, 2019, pp. 88-106. Routledge. DOI: 10.4324/9781410605350
- [17] Jonassen, D. H.: *Constructivist models of learning*. In *Learning to solve problems with technology*, 2020, pp. 1-17. Routledge. DOI: 10.4324/9780203855519
- [18] V. Protasov, Z.Potapova: Metrology of systems of evolutionary coordination of decisions and standardization of intellectual work // *International scientific journal “Modern information technologies and IT education”*. 2019, volume 15, no. 4, p. 1058-1069. (in Russian). DOI: <https://doi.org/10.25559/SITTO.15.201904.1047-1055>
- [19] G. Rasch.: *Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests*. – Chicago: University of Chicago Press, 1981, 199 p.
- [20] Condorcet, marquis Marie-Jean-Antoine-Nicolas de Caritat. : *Essai sur l’application de l’analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*. –Paris: Imprimerie Royale, 1785

Roman Mirakhmedov,  
Postgraduate student, Moscow Aviation Institute, postgraduate student of the department of applied software and mathematical methods, AuthorID: 1192305, SPIN: 6344-9920, ORCID 0000-0001-8930-0138, [mirakhmedov@gmail.com](mailto:mirakhmedov@gmail.com)

Vladislav Protasov,  
Associate Professor, Doctor of Technical Sciences, Moscow Aviation Institute, Professor of the Department of Digital Technologies and Information Systems, AuthorID: 520803, SPIN: 9455-1291, ORCID: 0000-0002-4783-7209, [protonus@yandex.ru](mailto:protonus@yandex.ru)