

# Разработка алгоритмов учета влияния страничных сбоев на временные характеристики обработки заявок в вычислительных комплексах

К.В. Гусев, А.С. Леонтьев, С.А. Головин

**Аннотация**— Рассмотрены многоуровневые аналитические модели учета страничных сбоев при оценке оперативности решения задач в вычислительных комплексах (ВК). Для определения частоты страничных сбоев предложена полумарковская модель с алгоритмом замещения «наиболее давно используемой страницы» (НДИ). Влияние страничных сбоев на время непрерывного счета программ определяется на базе аппроксимации времени непрерывного счета по двум моментам эрланговским или гиперэкспоненциальным распределением и решения задачи объединения двух рекуррентных потоков. Полученные расчетные соотношения служат основой для разработки алгоритма учета страничных сбоев в многоуровневых иерархических моделях оценки вероятностно-временных характеристик ВК со страничной организацией памяти. На основе предложенного подхода реализован пакет программ, позволяющий осуществить многовариантный анализ различных режимов функционирования вычислительных комплексов с мультивиртуальной операционной системой.

**Ключевые слова**— вычислительный комплекс, многоуровневые модели, страничные сбои, алгоритм, вероятность, функции распределения, преобразование Лапласа-Стилтьеса

## I. ВВЕДЕНИЕ

Основными показателями качества функционирования информационно-аналитических центров (ИАЦ) в диалоговом режиме и режиме запрос – ответ являются временные характеристики реакции системы при обработке заявок, поступающих с абонентских пунктов, а также вероятности обслуживания заявок за время, не превышающее директивное. Существенное влияние на показатели качества функционирования оказывают структура диалога (действия операторов терминалов, подчиненные заранее установленным алгоритмам решения задач), конфликтные ситуации, возникающие при совместном использовании абонентами

технических, программных и информационных ресурсов системы, а также появляющиеся в процессе обработки заявок отказы и сбои.

Обеспечение требования непрерывной работы ВК можно осуществить только с некоторой вероятностью. Поэтому вместо требования непрерывной работы ВК, накладывают жесткие ограничения на временные и надёжные характеристики ВК, в частности, на такие как время обработки запросов с учетом страничных сбоев, вероятность обработки запросов в заданные сроки, коэффициент готовности, среднее время наработки на отказ и др. [1].

Проблема оценки вероятностно-временных характеристик и надежности ВК является в настоящее время важной и актуальной задачей [2, 3, 4, 5].

При анализе вероятностно-временных характеристик ВК наиболее широко используются аналитические модели, базирующиеся на теории массового обслуживания [6, 7, 8, 9].

Методика формализованного описания и расчета процессов обработки заявок в ВК ИАЦ на основе их представления в виде иерархии вложенных моделей в условиях абсолютно надежного функционирования без учета страничной организации памяти дана в работе [10].

Процесс обработки заявок в ИВС с учетом возникающих отказов и сбоев может быть описан с помощью семейства многоуровневых вложенных моделей проблемного и структурного уровней с ненадежными элементами [11, 12], причем на проблемном уровне имитируется функционирование программных ресурсов, а на структурном уровне – аппаратных ресурсов. В работе [13] предложен и обоснован декомпозиционный аналитико-имитационный метод анализа временных характеристик ИВС с учетом надежности, базирующийся на использовании вложенных многоуровневых моделей. Метод включает следующее:

1. Определение потоков требований на обслуживание на аппаратном уровне с помощью интерфейсных подмоделей настройки модели структурного уровня.
2. Использование аналитического метода для определения временных характеристик обработки требований на аппаратном уровне путем декомпозиции модели структурного уровня на элементарные базисные подмодели процессоров и каналов.

Статья получена 9 апреля 2013.

К.В. Гусев, МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Россия (e-mail: k\_gusev@mirea.ru)

А.С. Леонтьев, МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Россия (e-mail: leontev@mirea.ru)

С.А. Головин, МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Россия (e-mail: s\_golovin@mirea.ru)

3. Настойка модели проблемного уровня с помощью соответствующих интерфейсных подмоделей.
4. Преобразование с помощью аналитических методов ненадежных обслуживающих аппаратов (ОА) проблемного уровня в эквивалентные надежные.
5. Построение аппроксимирующих функций распределения (ФР) времени обработки заявок эквивалентными аппаратами.
6. Определение выходных характеристик системы с помощью имитационного моделирования многофазной СМО проблемного уровня с эквивалентными надежными ОА.

Однако предложенный метод расчета временных характеристик ВК не учитывает конфликтов прикладных программ, возникающих за счет страничных сбоев в ВК со страничной организацией памяти. Во многих практических случаях задержки, обусловленные страничными сбоями, являются главным фактором, определяющим время реакции системы. Многие ВК со страничной организацией памяти проектируются таким образом, чтобы обеспечить одновременное обслуживание поступивших заявок обрабатываемыми прикладными программами при их параллельном доступе к информационной базе. Поэтому возникает необходимость расширения области применимости разработанного метода расчета временных характеристик ВК на системы, использующие страничную организацию памяти.

Способ учета страничных сбоев в многоуровневых математических моделях.

Страничная организация памяти дает возможность одновременного решения большого количества задач за счёт предоставления пользователям виртуальной памяти большого размера. По мере увеличения быстродействия вычислительных машин одним из основных факторов, ограничивающих их эффективное использование, является объём доступной памяти. Страничная организация в значительной мере устраняет это ограничение и способствует лучшему использованию памяти. Платой за это приобретение является усложнение структуры программных и аппаратных средств ВК [14]. При большом числе одновременно решаемых задач возникает явление, называемое "пробуксовкой", при котором ВК большую часть времени занят страничным обменом. С целью предотвращения пробуксовывания в различных системах предусматривают специальные средства для ограничения степени мультипрограммирования [15]. При организации вычислительного процесса в ВК со страничной организацией необходимо решить ряд задач, связанных с количеством одновременно обслуживаемых пользователей и допустимым временем обслуживания. Для решения этих задач разрабатывается многоуровневая модель со страничной организацией памяти. Если задержки, возникающие при записи из внешней памяти в оперативную память (ОП) отсутствующих страниц, включить во время счёта программ, то модель обработки информации в ВК со страничной организацией памяти с точки зрения времени обработки заявок можно свести к многоуровневой модели с обычной организацией

памяти в предположении, что все программы одновременно целиком находятся в ОП.

Для определения задержек необходимо знать число страничных сбоев и время обслуживания одного страничного сбоя в процессоре и в канале с учётом ожидания в очередях. Изменения в процессе обработки заявок в ВК, связанные со страничной организацией памяти, то есть увеличение времени решения задач из-за страничных сбоев, учитываются с помощью корректировки потока требований обрабатываемых программ к процессору и каналам и корректировки функций распределения времени непрерывного обслуживания заявок программ в процессоре. Отметим, что предлагаемый способ учёта влияния страничных сбоев на временные характеристики обработки заявок аналогичен разработанным методам учёта влияния отказов и сбоев аппаратуры, возникающих при функционировании ВК [12, 13, 16].

Таким образом, для анализа МВК со страничной организации памяти можно использовать многоуровневую модель обработки информации с обычной организацией памяти, предварительно вычислив число страничных сбоев программы в зависимости от выделенного объёма ОП и два момента времени непрерывного счёта программы в процессоре (в однопрограммном режиме) с учётом страничных сбоев.

Укрупненная блок-схема алгоритма определения временных характеристик ВК со страничной организацией приведена на рис. 1. Блок-схема алгоритма учёта страничных сбоев представлена на рис. 2. Отметим, что учёт отказов и сбоев при страничной организации осуществляется точно так же, как и определение временных характеристик ВК с обычной организацией памяти.

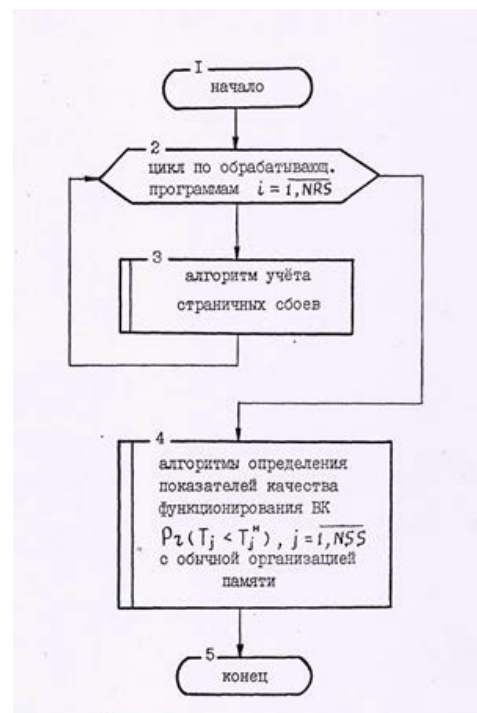


Рис. 1. Укрупненная блок-схема определения временных характеристик ВК со страничной организацией.



Рис. 2. Укрупненная блок-схема алгоритма учёта страничных сбоев.

Полумарковская модель оценки частоты страничных сбоев.

В настоящее время разработано большое количество моделей поведения программ, использующих различные алгоритмы замещения [17]. В данной работе для определения частоты страничных сбоев используется простейшая полумарковская модель с алгоритмом замещения "наиболее давно используемой страницы" (НДИ). Алгоритм замещения НДИ позволяет быстро обновлять содержимое ОП и при определенных условиях позволяет сохранять в ОП страницы рабочего комплекта [17].

Поэтому алгоритм замещения ИДИ и его модификации широко используются при разработке вычислительных систем с виртуальной памятью [15]. Для простейшей полумарковской модели имеет место адекватность в слабом смысле, так как модель отражает свойства рабочего комплекта, локальности и редких обращений [17]. Простейшая полумарковская модель задается множеством вероятностей обращений программы к страницам  $\{P_i\}$ ,  $i=1, \dots, n$ , где  $n$  - число страниц в программе, и вероятностью повторных обращений к  $i$ -ой странице -  $i$ . Для полумарковской модели поведения программ и алгоритма замещения типа НДИ справедливо следующее соотношение для вычисления частоты страничных сбоев [17]:

$$F_s^{nm} = \frac{F_s^H}{\sum_{i=1}^n P_i V_i} \quad (1)$$

где  $F_s^H$  - частота страничных сбоев для независимой модели поведения программ и алгоритма замещения НДИ;

$P_i$  - вероятность обращения программы к  $i$ -ой странице;

$V_i$  - среднее число повторных обращений к  $i$ -ой странице, после последнего из которых обращение к следующей странице происходит в соответствии с распределением вероятностей  $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$

В правой части соотношения (1) неизвестно значение  $F_s^H$ .

Для его вычисления используется приведенное в [17] приближенное соотношение:

$$F_s^H = \sum_{i=1}^n P_i (1 - P_i)^T \quad (2)$$

Параметр  $T$  в соотношении (2) определяется из уравнения:

$$n - \sum_{i=1}^n (1 - P_i)^T = m \quad (3)$$

где  $m$  - число страниц, находящихся в оперативной памяти.

При использовании соотношений (1) - (3) для определения средней частоты страничных сбоев основные вычислительные трудности связаны с определением параметра  $T$  из уравнения (3). Уравнение (3) имеет единственный действительный корень  $T_0$ , так как функция

$$\psi(T) = \sum_{i=1}^n (1 - P_i)^T$$
 является монотонно-

убывающей на интервале  $0 < T < \infty$ . Действительно, при любом распределении вероятностей  $\{P_i\}$  - каждый член суммы уменьшается при увеличении  $T$ . Для вычисления значения  $T_0$ , методом Ньютона [18] определяется корень уравнения:

$$f(T) = \sum_{i=1}^n (1 - P_i)^T + m - n = 0 \quad (4)$$

При этом в качестве начального приближения берётся значение

$$T_{\min} = \lg(1 - \frac{m}{n}) / \lg(1 - \frac{1}{n})$$

Значение  $T_{\min}$  можно определить, анализируя уравнение (3):

$$\sum_{i=1}^n (1 - P_i)^T = n - m \geq \sum_{i=1}^n (1 - \frac{1}{n})^T = n(1 - \frac{1}{n})^T \quad (5)$$

Величина суммы  $\sum_{i=1}^n (1 - P_i)^T$ , где  $\sum_{i=1}^n P_i = 1$

будет минимальной если  $P_i$  одинаковы для всех  $i$ , то есть

$$P_i = P = \frac{1}{n}.$$

Из (5) имеем:

$$(1 - \frac{m}{n}) \geq (1 - \frac{1}{n})^T, \lg(1 - \frac{m}{n}) \geq T * \lg(1 - \frac{1}{n})$$

Учитывая, что логарифмы отрицательные, получим:

$$T \geq \lg(1 - \frac{m}{n}) / \lg(1 - \frac{1}{n})$$

Определив параметр  $T$ , легко найти, используя соотношения (1) и (2), частоту страничных сбоев.

Отметим, что в работе [17] для независимой модели получено точное выражение  $F_s^H$ . Однако это выражение в большинстве практических случаев непригодно для вычисления из-за чрезвычайно больших затрат машинного времени. Этот факт подчеркивается и в работе [17].

На практике получение значений  $P_i$  и  $V_i$ , являющихся исходными данными для алгоритма определения частоты страничных сбоев, вызывает серьёзные затруднения. Поэтому при программной реализации алгоритма предлагается использовать совокупность аналитических зависимостей для вычисления значений  $P_i$ . При реализации алгоритма было использовано два класса зависимостей для распределения  $\{P_i\}$ ,

- распределение ЗИПФА  $P_i = \frac{K}{i^\theta}$   $1 \leq i \leq n$ ,

где  $\theta$  - некоторая положительная константа (параметр);

- арифметическое распределение  $P_i = K(1 + ib)$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,

где  $b$  положительная константа (параметр).

Константа  $K$  выбирается из условия нормировки

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1. \text{ При}$$

реализации значения  $v_i$  определялись из

$$\text{соотношения } - V_i = V = \frac{1}{1 - \delta},$$

где  $\delta$  - вероятность повторного обращения к страницам программы ( $\delta_i = \delta = const$ )

Влияние страничных сбоев на время непрерывного счёта программ ( $B_{inp}^{(1)}$ ,  $B_{inp}^{(2)}$ ) учитывается следующим образом. Поток страничных сбоев считается пуассоновским. Распределение времени непрерывного счёта программ без учёта страничных

сбоев ( $B_{inp}(t)$ ) аппроксимируется по двум моментам, в зависимости от коэффициента вариации, эрланговским или гиперэкспоненциальным распределением. Интервалы времени между обращениями программы к каналу с учётом страничных сбоев являются интервалами между заявками в объединенном потоке, объединяющем запросы программы к каналу для ввода-вывода без учёта страничных, сбоев и страничные сбои. Для экспоненциального и эрланговского, экспоненциального и гиперэкспоненциального законов распределения используются аналитические выражения для двух первых моментов.

## II. ЗАДАЧА ОБЪЕДИНЕНИЯ ДВУХ РЕКУРРЕНТНЫХ ПОТОКОВ

Рассмотрим задачу объединения двух рекуррентных потоков с ФР интервалов между сообщениями  $A_1(t)$  и  $A_2(t)$ . ФР интервалов между сообщениями в объединенном потоке обозначим  $A_3(t)$ . Пусть  $F_i(t)$  - ФР длительности промежутка времени от произвольно выбранного момента до момента поступления очередного сообщения  $i$ -го потока ( $i=1,2,3$ ). За время  $t$  в объединенном потоке сообщение не поступит только в том случае, если не поступит сообщение ни в одном из объединяемых потоков» Поэтому справедливо следующее выражение:

$$1 - F_3(t) = (1 - F_1(t))(1 - F_2(t)). \quad (6)$$

Согласно теории входящего потока Функции  $A_i(t)$  и  $F_i(t)$  связаны между собой соотношением [19, 20]:

$$F_i(t) = \frac{1}{A_i^{(1)}} * \int_0^t (1 - A_i(\theta)) d\theta, \quad i = 1, \dots, 3. \quad (7)$$

Из (6) имеем:

$$F_3(t) = F_1(t) + F_2(t) - F_1(t) * F_2(t) \quad (8)$$

Соответствующие соотношения для моментов имеют вид:

$$F_3^{(n)} = F_1^{(n)} + F_2^{(n)} - \int_0^\infty t^n d(F_1(t) * F_2(t)) \quad (9)$$

Применив к выражению (7) преобразование Лапласа-Стилтьеса, получим:

$$F_i^*(s) = \frac{1}{A_i^{(1)}} \int_0^\infty e^{-st} \frac{d}{dt} \left[ \int_0^t (1 - A_i(\theta)) d\theta \right] dt = \frac{1}{A_i^{(1)}} \int_0^\infty e^{-st} (1 - A_i(t)) dt = \frac{1}{A_i^{(1)}} \left[ \int_0^\infty e^{-st} dt + \int_0^\infty A_i(t) e^{-st} dt \right] = \frac{1}{A_i^{(1)} * s} \left\{ 1 - \int_0^\infty e^{-st} dA_i(t) \right\}$$

Таким образом:

$$F_i^*(s) = \frac{1 - A_i^*(s)}{A_i^{(1)} * s}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

Первый момент функции распределения  $A_3(t)$  определяется из соотношения:

$$A_3^{(1)} = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{A_1^{(1)} * A_2^{(1)}}{A_1^{(1)} + A_2^{(1)}} \quad (11)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  - интенсивность 1-го и 2-го объединяемых потоков. Используя выражение (10) получим выражение для определения  $A_3^{(2)}$ :

$$A_3^{(2)} = \frac{2 * F_3^{(1)} A_1^{(1)} * A_2^{(1)}}{A_1^{(1)} + A_2^{(1)}} \quad (12)$$

Выразить в общем виде моменты ФР интервалов между сообщениями объединяемых потоков не удастся. Однако, для экспоненциального и эрланговского, экспоненциального и гиперэкспоненциального законов распределения вычисление  $F_3^{(1)}$  можно выполнить аналитически. Формулы для двухпараметрического гиперэкспоненциального распределения и двухпараметрического эрланговского распределения приведены в работе [21].

### III. РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ПРИ ОБЪЕДИНЕНИИ ПУАССОНОВСКОГО И ЭРЛАНГОВСКОГО ПОТОКОВ

В случае объединения пуассоновского и эрланговского потоков

$$A_1(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t}, \quad A_2(t) = 1 - e^{-\lambda_2 t} \sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda_2 k t)^n}{n!},$$

$$k = 1, 2, \dots$$

$$A_1^{(1)} = \frac{1}{\lambda_1}, \quad A_2^{(1)} = \frac{1}{\lambda_2}$$

Используя соотношения (7) и (9), получим;

$$F_{3ME}^{(1)} = \frac{1}{k(\lambda_1 + k\lambda_2)} * \sum_{m=1}^k (k-m+1) \frac{(\lambda_2 k)^{m-1}}{(\lambda_1 + \lambda_2 k)^{m-1}} \quad (13)$$

### IV. РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ПРИ ОБЪЕДИНЕНИИ ПУАССОНОВСКОГО И ГИПЕРЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ПОТОКОВ

Рассмотрим случай объединения пуассоновского и гиперэкспоненциального потоков.

$$A_1(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t},$$

$$A_2(t) = 1 - \varphi e^{-2\varphi\lambda_2 t} - (1 - \varphi) e^{-2(1-\varphi)\lambda_2 t}, \quad 0 < \varphi \leq \frac{1}{2}$$

Из соотношений (7) и (9) получим:

$$F_{3MGM}^{(1)} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\lambda_1 + 2\varphi\lambda_2} + \frac{1}{\lambda_1 + 2(1-\varphi)\lambda_2} \right] \quad (14)$$

Таким образом, первый момент ФР интервалов между сообщений в объединенном потоке определяется из соотношения (11), а второй момент из соотношения (12), причём, для случая объединения пуассоновского и эрланговского потоков величина  $F_3^{(1)}$  в соотношении (12) вычисляется по формуле (13), а для случая объединения пуассоновского и гиперэкспоненциального потоков - по формуле (14).

### V. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТОВ ФР НЕПРЕРЫВНОГО СЧЁТА ОБРАБАТЫВАЮЩИХ ПРОГРАММ С УЧЁТОМ СТРАНИЧНЫХ СБОЕВ

Используя полученные результаты, можно определить моменты ФР времени непрерывного счёта обрабатываемых программ с учётом страничных сбоев. Действительно, интенсивность потока страничных сбоев при выполнении  $i$ -ой обрабатываемой программы, выполняющейся в ЭВМ с производительностью процессора  $CP$  оп/с. определяется из соотношения:

$$\lambda_i^{CTP} = CP * OPK * F_i, \quad i = \overline{1, NRS} \quad (15)$$

$OPK$  - число обращение к ОП на одну операцию;

$F_i$  - частота страничных сбоев для  $i$ -ой программы.

Первые два момента ФР непрерывного счёта обрабатываемых программ  $B_i^{(1)}$  и  $B_i^{(2)}$  без учёта страничных сбоев являются исходными данными. Аппроксимируем  $B_i(t)$  по двум моментам в зависимости от коэффициентов вариации  $C$   $k$ -распределением Эрланга или двухпараметрическим гиперэкспоненциальным распределением.

При коэффициенте вариации

$$C = \sqrt{\frac{B_i^{(2)} - (B_i^{(1)})^2}{(B_i^{(1)})^2}} > 1 \text{ используется следующее}$$

двухпараметрическое гиперэкспоненциальное распределение:

$$B_2^{an}(t) = 1 - \varphi e^{-2\varphi\lambda_2 t} - (1 - \varphi) e^{-2(1-\varphi)\lambda_2 t}, \quad (16)$$

$$\text{где } \lambda_2 = \frac{1}{B_i^{(1)}}, \quad \varphi = \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{2(1+C^2)}}$$

Если коэффициент вариации  $C \leq 1$ , в качестве аппроксимирующего выбирается  $k$ -распределение Эрланга:

$$B_2^{an}(t) = 1 - e^{-\lambda_2 k t} \sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda_2 k t)^n}{n!}, \quad (k=1, 2, \dots) \quad (17)$$

$$\text{где } \lambda_2 = \frac{1}{B_i^{(1)}}, \quad k = \left\lfloor \frac{1}{C} + 0.5 \right\rfloor$$

Используя результаты аппроксимации и результаты решения задачи объединения потоков (выражения (11) - (17)), можно определить моменты ФР непрерывного счёта обрабатываемых программ с учётом страничных сбоев. Увеличение среднего числа операции ввода-вывода обрабатываемых программ, обусловленное страничными сбоями, определяется из соотношения:

$$KBB_{CTPi} = KBB_i \frac{B_i^{(1)} + AS_i}{AS_i},$$

где  $AS_i = \frac{1}{\lambda_i^{CTP}}$ ,  $i = \overline{1, NRS}$ ;  $KBB_i$  - число

обращений  $i$ -ой обрабатывающей программы к каналу ввода-вывода.

Таким образом, разработан подход, позволяющий расширить применимость многоуровневых моделей для анализа временных характеристик ВК со страничной организацией памяти.

## VI. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан метод анализа временных характеристик ВК с учетом надежности элементов системы и страничной организации памяти, который реализован в виде базисных и интерфейсных параметрически настраиваемых аналитических и имитационных подмоделей. Каждая из базисных подмоделей реализована в виде параметрически настраиваемого программного блока. Базисные блоки дополняются интерфейсными моделями настройки и интерфейсными моделями эквивалентных преобразований.

Рассмотренные выше модели и алгоритмы учета страничных сбоев явились основой для разработки системы автоматизации проектирования ВК ИАЦ на базе многоуровневых аналитико-имитационных моделей [12, 13], предназначенных для многовариантного анализа проектных решений при выборе рациональных режимов работы аппаратных и программных ресурсов системы.

Для автоматизированного выбора параметров рациональной организации обработки информации в многомашинных ВК со страничной организацией памяти разработана методика использования в процессе проектирования рассмотренных выше аналитических моделей. Методика основана на принципе последовательной пошаговой оптимизации. На первом этапе для выбранных вариантов организации вычислительных процессов оценивается загрузка аппаратных ресурсов. На втором этапе определяется загрузка обрабатывающих программ. Из вариантов организации процессов обработки информации, при которых загрузка программ меньше единицы, исследователь выбирает наиболее перспективные и из них путем перебора определяет наилучший вариант. В качестве максимизируемой функции используется минимальная по всем типам заявок вероятность их обработки в нормативные сроки с учетом отказов и страничных сбоев. Осуществлена программная реализация разработанных математических моделей.

Предложенный метод моделирования и реализованный на его основе пакет прикладных программ были использованы при исследовании процессов обработки информации с учетом отказов и страничных сбоев при оценке показателей оперативности обработки информации в ИАЦ органов государственной власти.

## БИБЛИОГРАФИЯ

[1] Викторова В.С., Степанянц А.С. Модели и методы

расчета надежности технических систем. Изд. 2, испр. – М.: URSS, 2016. – 256 с.

[2] Иваничкина Л.В., Непорада А.Л. Модель надежности распределенной системы хранения данных в условиях явных и скрытых дисковых сбоев// Труды Института системного программирования РАН, том 27, вып. 6, 2015. – С. 253-274.

[3] Акимова Г.П., Соловьев А.В., Тарханов И.А. Моделирование надежности распределенных вычислительных систем// ИТиВС. 2019, вып. 3, 70-86. DOI: <https://doi.org/10.14357/20718632190307>.

[4] Павский В.А., Павский К.В. Математическая модель для расчета показателей надежности масштабируемых вычислительных систем с учетом времени переключения// Известия ЮФУ. Технические науки. 2020. № 2 (212). С.134-145. DOI: 10/18522/2311-3103-2020-2-134-145.

[5] Waseem A., Wu Y.W. A survey on reliability in distributed systems// Journal of Computer and System Sciences. 2013. No. 79.8. p. 1243-1255.

[6] Саати Т.Л. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения.– 3-е Изд. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ». 2010. – 520 с.

[7] Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения в 2-х т. – Т. 1. – М.: «ЛИБРОКОМ», 2010. – 528 с.

[8] Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1991. – 368 с.

[9] Клейнрок Л. Теория массового обслуживания. – М.: Машиностроение, 1979. – 432 с.

[10] Полуян Л.Я. Метод расчета времени обработки запросов в ИВС с абонентской сетью// Алгоритмы и структуры специализир. вычисл. систем. Тула: ТПИ, 1983, с.10-21.

[11] Леонтьев А.С., Пряхин В.К. Многоуровневые иерархические модели обработки информации в вычислительных системах с учетом надежности// Алгоритмы и структуры специализир. вычисл. систем. Тула: ТПИ, 1981, с. 51-57.

[12] Леонтьев А.С. Аналитические методы расчета вероятностно-временных характеристик информационных процессов в вычислительных системах на базе многоуровневых вложенных сетевых моделей с ненадежными элементами// Теоретические вопросы вычислительной техники и программного обеспечения: Межвузовский сборник научных трудов. – М.: МИРЭА, 2006, с. 50-56.

[13] Леонтьев А.С. Аналитические и аналитико-имитационные методы оценки влияния отказов на временные характеристики вычислительных систем коллективного пользования// Алгоритмы и структуры специализированных вычислительных систем. –Тула: ТПИ, 1985. – с. 57-68.

[14] Дэвис У. Операционные системы. – М.: Мир, 1980. – 440 с.

[15] Мэдник С., Доновал Дж. Операционные системы. – М.: Мир, 1978. – 792 с.

[16] Леонтьев А.С., Тимошкин М.С. Многоуровневые аналитические модели исследования процессов решения

- задач при искажении входной информации// Форум молодых ученых, 2022, № 9(73). С. 43-50. - DOI: 10/46566/2500-4050\_2022\_73\_43. – EDN JEYPTQ.
- [17] Авен О.И., Коган Я.Н. Управление вычислительным процессом в ЭВМ: Алгоритмы и модели. – М.: Энергия, 1978. – 240 с.
- [18] Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. Т.1. – М.: Наука, 1966. – 632 с.
- [19] Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания.– М.: Наука, 1966. – 244 с.
- [20] Гнеденко Б.В., Коваленко И.Н. Введение в теорию массового обслуживания. – 2-е Изд. перераб. и доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. -1987. – 336 с.
- [21] Гусев К.В., Леонтьев А.С. Теоретическое развитие моделей для оценки защищенности от несанкционированного доступа и сохранения конфиденциальности используемой информации// Электронный научный журнал «ИТ Стандарт», 2021. № 4 (29). С. 38-44.- URL: <http://journal.tc22.ru>

# Development of algorithms for accounting for the impact of page failures on the time characteristics of processing applications in computing complexes

K.V. Gusev, A.S. Leontiev, S.A. Golovin

**Abstract** — Multilevel analytical models of accounting for page failures in assessing the efficiency of solving problems in computing complexes (VC) are considered. To determine the frequency of page failures, a semi-Markov model with an algorithm for replacing the "most used page" (NDI) is proposed. The effect of page failures on the time of continuous counting of programs is determined on the basis of approximation of the time of continuous counting for two moments by an Erlang or hyperexponential distribution and solving the problem of combining two recurrent flows. The calculated ratios obtained serve as the basis for the development of an algorithm for accounting for page failures in multilevel hierarchical models for estimating probabilistic-temporal characteristics of VC with a page memory organization. Based on the proposed approach, a software package has been implemented that allows for a multivariate analysis of various modes of operation of computing complexes with a multivirtual operating system.

**Keywords**— computing complex, multilevel models, page failures, algorithm, probability, distribution functions, Laplace-Stieltjes transformation

## REFERENCES

- [1] Viktorova V.S., Stepanyants A.S. Models and methods for calculating the reliability of technical systems. Ed. 2, ispr. – M.: URSS, 2016. – 256 p.
- [2] Ivanichkina L.V., Neporada A.L. Model of reliability of a distributed data storage system under conditions of explicit and hidden disk failures// Proceedings of the Institute of System Programming of the Russian Academy of Sciences, volume 27, issue 6, 2015. – pp. 253-274.
- [3] Akimova G.P., Soloviev A.V., Tarkhanov I.A. Modeling of reliability of distributed computing systems// ITiVS. 2019, issue 3, 70-86. DOI: <https://doi.org/10.14357/20718632190307>.
- [4] Pavskiy V.A., Pavskiy K.V. Mathematical model for calculating reliability indicators of scalable computing systems taking into account the switching time// News of the SFU. Technical sciences. 2020. No. 2 (212). pp.134-145. DOI: 10/18522/2311-3103-2020-2-134-145.
- [5] Waseem A., Wu Y.W. A survey on reliability in distributed systems// Journal of Computer and System Sciences. 2013. No. 79.8. p. 1243-1255.
- [6] Saati T.L. Elements of queuing theory and its applications.– 3rd Ed. – Moscow: Book House "LIBROCOM". 2010. – 520 p.
- [7] Feller V. Introduction to probability theory and its applications in 2 Vols. - Vol. 1. – M.: "LIBROCOM", 2010. – 528 p.
- [8] Wentzel E.S. Theory of random processes and its engineering applications. – M.: Nauka, 1991. – 368 p.
- [9] Kleinrock L. Theory of queuing. – M.: Mechanical Engineering, 1979. – 432 p.
- [10] Poluyan L.Ya. A method for calculating the processing time of requests in an IVS with a subscriber network// Algorithms and structures of specialization. calculation. systems. Tula: TPI, 1983, pp.10-21.
- [11] Leontiev A.S., Pryakhin V.K. Multilevel hierarchical models of information processing in computing systems taking into account reliability// Algorithms and structures of specialization. calculation. systems. Tula: TPI, 1981, pp. 51-57.
- [12] Leontiev A.S. Analytical methods for calculating probabilistic-temporal characteristics of information processes in computing systems based on multilevel nested network models with unreliable elements// Theoretical issues of computer technology and software: Interuniversity collection of scientific papers. – M.: MIREA, 2006, pp. 50-56.
- [13] Leontiev A.S. Analytical and analytical-simulation methods for assessing the impact of failures on the time characteristics of computer systems for collective use// Algorithms and structures of specialized computing systems. –Tula: TPI, 1985. – pp. 57-68.
- [14] Davis U. Operating systems. – Moscow: Mir, 1980. – 440 p.
- [15] Madnik S., Donoval J. Operating systems. – Moscow: Mir, 1978. – 792 p.
- [16] Leontiev A.S., Timoshkin M.S. Multilevel analytical models for the study of problem solving processes with input information distortion// Forum of Young Scientists, 2022, No. 9(73). pp. 43-50. - DOI: 10/46566/2500-4050\_2022\_73\_43. – EDN JEYPTQ.
- [17] Aven O.I., Kogan Ya.N. Computer process control: Algorithms and models. – M.: Energiya, 1978. – 240 p.
- [18] Berezin I.S., Zhidkov N.P. Methods of calculations. Vol.1. – M.: Nauka, 1966. - 632 p.



- [19] Klimov G.P. Stochastic service systems. – Moscow: Nauka, 1966. – 244 p.
- [20] Gnedenko B.V., Kovalenko I.N. Introduction to the theory of queuing. – 2nd Ed. reprint. and additional M.: Science. Gl. ed. phys.-mat. lit. -1987. – 336 p.
- [21] Gusev K.V., Leontiev A.S. Theoretical development of models for assessing security against unauthorized access and maintaining confidentiality of the information used// Electronic scientific journal "IT Standard", 2021. № 4 (29). C. 38-44.- URL: <http://journal.tc22.ru>