

Вариационный генетический алгоритм и его применение к управлению транспортными потоками в городской среде

Е.А. Софронова

Аннотация—В плотной сети городских дорог влияние светофоров на соседних перекрестках становится существенным. Программы переключения фаз светофоров, которые называются планами координаций, должны быть согласованы между собой. В работе рассматривается проблема управления транспортными потоками как задача оптимального управления.

В задаче использована универсальная рекуррентная модель управления транспортными потоками, построенная на основе управляемых сетей. Математическая модель объекта представляет собой систему рекуррентных конечно-разностных уравнений, что наиболее близко соответствует системе дифференциальных уравнений, используемой в теории оптимального управления. Предложенная модель позволяет объединить перекрестки, обеспечивая наращиваемость сети.

Предполагается, что известны информация о состоянии сети дорог, параметры маневров, величины входных потоков, ограничения на вместимость транспортных средств на участках дорог и на длительности фаз светофоров, начальное состояние транспортного потока. Необходимо найти управление в виде длительностей фаз светофоров на регулируемых перекрестках с учетом минимизации заданного критерия качества. Решением задачи является оптимальный план координаций для всех регулируемых перекрестков сети в конкретный период времени.

В статье сформулирована задача оптимального управления транспортными потоками и представлен метод ее решения с помощью вариационного генетического алгоритма. Метод использует принцип малых вариаций базисного решения. Согласно данному принципу задается одно базисное решение, существующий план координаций, а остальные возможные решения определяются множеством кодов малых вариаций базисного решения. Приведены описание вариационного генетического алгоритма, а также примеры вариаций базисного решения и выполнения основных генетических операций над ними.

Предложенный метод применен для расчета оптимального плана координаций для группы светофоров в Северном административном округе Москвы.

Ключевые слова—транспортные потоки, оптимальное управление, эволюционные алгоритмы

I. Введение

Управление транспортными потоками с помощью сигналов светофоров активно применяется в городах и направлено на улучшение различных параметров: уменьшение времени движения транспортных средств, увеличение пропускной способности сети, увеличение безопасности дорожного движения и пр. за счет координа-

ции движения на перекрестках. Современные транспортные системы имеют в своем распоряжении большие объемы данных как с фиксирующей дорожной инфраструктуры, так и с GPS датчиков в транспортных средствах, большую вычислительную мощность, но в то же время объект управления настолько сложен, что разработанные математические модели и методы не вполне адекватно описывают процессы, протекающие в городской дорожной сети.

Интеллектуальные транспортные системы, активно развивающиеся в последние десятилетия, включают в себя множество направлений, например, системы прогнозирования [1] и имитационного моделирования [2], [3], методы предотвращения коллизий при групповом взаимодействии транспортных средств [4], учет возрастающей роли автономных транспортных средств [5], [6], обработка и анализ больших данных [7], [8], учет различного рода неопределенностей [9] и многие другие. Среди этих направлений эффективное управление транспортными потоками на перекрестках является одной из приоритетных задач для города.

Существующие методы управления транспортными потоками [10] на регулируемых перекрестках можно разделить на две категории в соответствии со стратегией управления:

- программное, без обратной связи с фиксированным управлением;
- с обратной связью с учетом текущего состояния потока транспорта.

При использовании программного управления время переключения сигналов на перекрестке устанавливается в соответствии с данными о потоках, полученными за некоторый временной интервал [11]. При этом широко используют современные численные методы, например, эволюционные алгоритмы, нечеткую логику, нейронные сети или машинное обучение для анализа данных о потоках, полученных за некоторый интервал времени, и определения программ управления для разного времени суток и разных дней недели. При таком подходе управление справляется со штатной ситуацией, но не может эффективно реагировать на внезапные изменения потоков, например при возникновении дорожно-транспортных происшествий.

Управление с учетом текущего состояния транспортных потоков хорошо адаптируется к изменениям потока. При таком подходе широко используются различного рода датчики дорожной инфраструктуры, петлевые детекторы и видеорекамеры для фиксации входящих потоков.

Статья получена 28 марта 2023.

Елена Анатольевна Софронова, Федеральный исследовательский центр Информатика и управление РАН, (email: sofroнова_ea@mail.ru).

К таким системам, использующим петлевые детекторы, относятся в частности SCATS (Sydney coordinated adaptive traffic system) [12] и SCOOT (Split, cycle, and offset optimization techniques) [13]. Петлевые детекторы включены в контур управления и подсчитывают транспортные средства, которые проезжают через них. Они собирают информацию и посылают ее на контроллер, который вырабатывает управляющие сигналы в соответствии с текущей ситуацией. Однако, крупномасштабное применение петлевых детекторов на практике не используется, потому что их установка и обслуживание требуют ремонта дорожного полотна. Кроме этого петлевые детекторы могут только определять наличие или отсутствие транспортных средств в зоне детекции, что является серьезным ограничением.

В системах управления, использующих камеры для мониторинга потоков [14], человек-оператор включен в контур управления как лицо принимающее решение о программе управления в соответствии с информацией, поступающей с видеокamer. Использование большого штата операторов сильно удорожает эксплуатацию таких систем.

Другим подходом к управлению транспортными потоками является использование контроллера для оптимального управления траекториями движения, маневрами, на перекрестке [15]. Для предотвращения коллизий, решения о траекториях движения транспортных средств принимаются на основе данных о соседних транспортных средствах. На практике использование методов управления траекториями движения сопряжено с высокой вычислительной сложностью.

В данном исследовании предложено использовать подход к управлению транспортными потоками на группе соседних перекрестков за счет определения согласованных оптимальных длительностей фаз светофоров на основе информации, получаемой с петлевых детекторов, расположенных на части перекрестков, радиолокационных детекторов и видеокamer. За основу берется действующий план координаций, а далее происходит его улучшение эволюционными методами с учетом данных о потоках, полученных за некоторый временной интервал. Полученный план координаций может быть автоматически скорректирован, то есть реализован принцип обратной связи, при возникновении нештатных ситуаций, например, дорожно-транспортных происшествий на участках рассматриваемой сети, о чем будет свидетельствовать расхождение между ожидаемыми "историческими" параметрами и данными, получаемыми с датчиков в текущем режиме.

На рис.1 приведена структурная схема разработанной системы управления. Блок управления включает в себя модель объекта управления и блок выбора режимов управления. Управляющее воздействие $u(k)$ может формироваться с помощью трех режимов: программного, с обратной связью по текущему состоянию транспортного потока, как правило, оператором с экспертной системой или на основе данных, получаемых с детекторов, или на основе решения задачи оптимального управления. В системе предусмотрена также корректировка некоторых параметров модели (p) с целью ее уточнения при внешних возмущающих воздействиях.

Такое управление возможно благодаря использованию

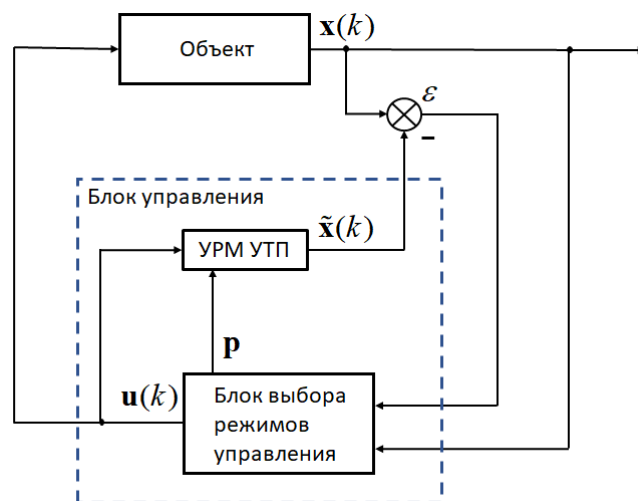


Рис. 1. Структурная схема системы управления

универсальной рекуррентной модели управления транспортными потоками (УРМ УТП) [16], построенной на основе теории управляемых сетей [17], [18]. Модель является оптимизационной, графовой моделью, дискретной по времени и пространству. Она представляет собой универсальный механизм для описания гетерогенных потоков транспорта и сложных гетерогенных перекрестков с возможностью масштабирования сети от одного перекрестка до района или даже города. При использовании классификации моделей транспортных потоков по уровню детализации параметров сети и потоков данная модель относится к микроскопическим моделям. Более подробно с обзорами существующих моделей транспортных потоков можно ознакомиться в работах [19]-[21].

Задача управления транспортными потоками относится к классу NP-трудных задач [22]. При этом чаще всего рассматривается многокритериальная задача, и строится множество Парето для выбора оптимального решения [23], [24]. Для задач такого типа целесообразно использовать многокритериальные эволюционные методы, например, [25]-[28].

В статье приведен пример применения вариационного генетического алгоритма (ВарГА) для решения задачи оптимального управления с одним критерием. При генерации начального множества возможных решений в данном алгоритме используется универсальный принцип малых вариаций базисного решения [29], [30], что может быть эффективно при оптимизации существующих планов координаций.

II. Модель объекта управления

В работе используется универсальная рекуррентная модель управления транспортным потоком (УРМ УТП). Модель представляет собой систему рекуррентных конечно-разностных уравнений. Описание данной модели, ее свойств и методический пример расчета, детально приведены в [16]. Здесь приведем лишь основное описание.

УРМ УТП построена на основе теории управляемых сетей [17], [18] и является графовой моделью. Узлы графа соответствуют участкам дорог, узлы-источники –

входным участкам дорог, узлы-стоки – выходным участкам дорог, дуги графа – маневрам между участками дорог. Граф имеет изменяемую структуру. За счет изменения структуры графа, включения и выключения дуг (маневров), осуществляется управление потоком в сети. Время управления дискретизируется по тактам. Дуга между узлами графа может существовать некоторое количество тактов, после чего она удаляется на некоторое количество тактов, а затем снова добавляется. Таким образом, управление графом (сетью) осуществляется за счет изменения количества тактов (длительностей фаз светофоров на перекрестках), включающих определенную дугу графа (маневр).

Модель описывает изменение потока в каждый такт времени на каждом участке дороги сети при наличии информации о распределении потоков по направлениям, пропускных способностях маневров и входных потоках.

Состояние сети задается вектором, значения компонент которого соответствуют количеству транспортных средств (ТС) в усредненных единицах на всех участках сети в данный такт времени k

$$\mathbf{x}(k) = [x_1(k) \dots x_L(k)]^T, x_i(k) \in \mathbb{R}_+^1, i = \overline{1, L}, \quad (1)$$

где L – количество участков дорог в сети, $k = \overline{0, K}$, K – заданное количество тактов управления.

УРМ УТП имеет следующий вид

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= \mathbf{x}(k-1) - \\ &- ((\mathbf{x}(k-1)\mathbf{1}_L^T) \odot \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{D} - \\ &- ((\mathbf{x}(k-1)\mathbf{1}_L^T) \odot \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{D} - \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{B}))\mathbf{1}_L + \\ &+ ((\mathbf{x}(k-1)\mathbf{1}_L^T) \odot \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{D} - \\ &- ((\mathbf{x}(k-1)\mathbf{1}_L^T) \odot \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{D} - \mathbf{A}(\mathbf{u}(k)) \odot \mathbf{B}))^T \mathbf{1}_L + \\ &+ \boldsymbol{\delta}(k), \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{1}_L^T = \underbrace{[1 \dots 1]}_L$, L – количество участков дорог; \odot – Адамарово произведение матриц; $-$ – натуральное вычитание; \mathbf{A} – матрица смежности графа сети со всеми возможными маневрами, $\mathbf{A} = [a_{i,j}], a_{i,j} \in \{0, 1\}, i, j = \overline{1, L}$. Если $a_{i,j} = 1$, то существует маневр с участка i на участок j ; \mathbf{u} – вектор управления, $\mathbf{u} = [u_1 \dots u_M]^T, u_i \in U_i = \{0, \dots, u_i^+ - 1\}$, u_i – номер фазы светофора на перекрестке i , u_i^+ – максимальное количество фаз на перекрестке $i, i = \overline{1, M}, M$ – количество перекрестков в сети; $\mathbf{A}(\mathbf{u})$ – матрица конфигураций, $\mathbf{A}(\mathbf{u}) = [a_{i,j}(\mathbf{u})], a_{i,j}(\mathbf{u}) \in \{0, 1\}, i, j = \overline{1, L}$,

$$a_{i,j}(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1, & \text{если } a_{i,j} = 1, u_{c_{i,j}} \in \{F_{i,j}\}; \\ 0 & \text{- иначе} \end{cases}$$

\mathbf{C} – матрица управлений, $\mathbf{C} = [c_{i,j}], c_{i,j} \in \{0, \dots, M\}$, где $c_{i,j}$ показывает номер перекрестка, на котором выполняется маневр с участка i на участок j ; \mathbf{F} – матрица разрешающих фаз светофоров, $\mathbf{F} = [F_{i,j}], F_{i,j} = \{\emptyset, F_{i,j}\}, |F_{i,j}| > 0, F_{i,j} = \{f_{i,j,1}, \dots, f_{i,j,p(c_{i,j})}\}, f_{i,j,r} \in \{0, \dots, u_{c_{i,j}}^+ - 1\}, 1 \leq r \leq p(c_{i,j}), u_{c_{i,j}}^+$ – максимальное количество

фаз на перекрестке $c_{i,j}, p(c_{i,j})$ – максимальное количество фаз светофора, которые разрешают маневр с участка i на участок j на перекрестке $c_{i,j}, F_{i,j}$ – множество номеров фаз, которые разрешают маневр с участка i на участок j ; \mathbf{D} – матрица распределений, $\mathbf{D} = [d_{i,j}], d_{i,j} \in [0, 1], d_{i,j}$ показывает, какая часть потока совершает маневр с участка i на участок $j, \sum_{j=1}^L d_{i,j} = 1, i = \overline{1, L}$; \mathbf{B} – матрица пропускных способностей, $\mathbf{B} = [b_{i,j}], b_{i,j} \in \mathbb{R}_+^1 \cup \{0\}, b_{i,j}$ показывает возможный поток с участка i на участок j за такт управления; $\boldsymbol{\delta}(k) = [\delta_1(k) \dots \delta_L(k)]^T, \delta_i(k)$ – случайная величина входящего потока на участок $i, i = \overline{1, L}; k$ – такт управления.

Матрицы $\mathbf{A}, \mathbf{F}, \mathbf{C}, \mathbf{B}, \mathbf{D}$ имеют одинаковые размерность и структуру, которые определяются матрицей конфигураций $\mathbf{A}(\mathbf{u})$: если $a_{i,j}(\mathbf{u}) = 1$, то $b_{i,j} > 0, c_{i,j} > 0, d_{i,j} > 0, F_{i,j} \neq \emptyset$, иначе $b_{i,j} = 0, c_{i,j} = 0, d_{i,j} = 0, F_{i,j} = \emptyset$.

III. Постановка задачи оптимального управления

Согласно классической постановке задачи оптимального управления [31] задана математическая модель (2).

Для математической модели транспортного потока (2) задано начальное состояние

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 = [x_1^0 \dots x_L^0]^T, \quad (3)$$

$$\mathbf{u}(0) = \mathbf{u}^0 = [u_1^0 \dots u_M^0]^T, \quad (4)$$

где $u_i \in U_i, i = \overline{1, M}$.

Длительность процесса управления задается в тактах управления и составляет K тактов.

Заданы ограничения на значения компонент вектора состояния потока

$$x_i(k) \leq x_i^+, i = \overline{1, L}. \quad (5)$$

Необходимо найти управление в виде множества фаз на каждом такте управления, которое минимизирует критерий качества

$$J = \sum_{k=1}^K f_0(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \rightarrow \min. \quad (6)$$

Выбор критерия оптимизации осуществляется в соответствии со стратегией управления. В качестве критериев оптимизации могут быть использованы например, максимизация количества ТС на всех выходных участках дорог на последнем такте управления или минимизация переполнений на внутренних участках дорог суммарно по всем тактам управления.

Решением задачи является управление, представленное в виде плана координаций для всех перекрестков в сети на каждом такте управления

$$\tilde{\mathbf{u}}(\cdot) = (\tilde{\mathbf{u}}(0), \dots, \tilde{\mathbf{u}}(K)), \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(k) = [\tilde{u}_1(k) \dots \tilde{u}_M(k)]^T, \quad (8)$$

где $\tilde{u}_i(k) \in \{0, 1\}, i = \overline{1, M}$.

Количество различных фаз светофоров, а также порядок их переключения заданы для каждого перекрестка. Полученное управление определяет моменты переключения фаз. Если элемент матрицы управления равен единице, то на данном перекрестке в данный такт управления

происходит переключение с текущей на следующую по порядку фазу. Если элемент равен нулю, то на данном перекрестке остается активной текущая фаза.

При достижении максимального номера фазы u_i^+ , происходит переключение на начальную фазу и цикл управления повторяется

$$u_i(k) = \begin{cases} (u_i(k-1) + 1) \bmod u_i^+, & \text{если } \tilde{u}_i(k) = 1 \\ u_i(k-1) - \text{иначе} \end{cases}, \quad (9)$$

где $k = \overline{1, K}$.

Количество тактов управления, на протяжении которых фаза может оставаться неизменной, ограничено

$$\tilde{u}_i^-(u_i(a_i)) \leq b_i - a_i \leq \tilde{u}_i^+(u_i(a_i)), \quad (10)$$

где a_i, b_i – ближайшие номера тактов управления, для которых элементы программы управления равны единице, $\tilde{u}_i(a_i) = 1, \tilde{u}_i(b_i) = 1, a_i < b_i, \tilde{u}_i^-(u_i(a_i)), \tilde{u}_i^+(u_i(a_i))$ – минимальное и максимальное количества тактов управления, на протяжении которых фаза $u_i(a_i)$ остается неизменной. Между a_i и b_i значения элементов программы управления равны нулю, т.е. смены фазы не происходит

$$\tilde{u}_i(a_i + j) = 0, j = \overline{1, b_i - a_i - 1}. \quad (11)$$

IV. Вариационный генетический алгоритм для поиска оптимального плана координаций

Для решения задачи оптимального управления потоками транспорта в сети городских дорог используем вариационный генетический алгоритм (ВарГА). Данный алгоритм относится к классу эволюционных алгоритмов, которые хорошо зарекомендовали себя для решения NP-трудных задач глобальной оптимизации. Вариационный генетический алгоритм является модификацией классического генетического алгоритма [32], [33] и называется вариационным, потому что в нем был применен принцип малых вариаций [29], [30]. При генерации начального множества возможных решений выбирается одно базисное решение, а далее совокупность возможных решений определяется его вариациями.

Основным преимуществом принципа малых вариаций базисного решения является возможность использовать при поиске доступные аналитические методы и опыт разработчика для построения “хорошего” базисного решения, а далее поручить машине осуществлять поиск на вариациях такого решения. Например, при решении классической задачи коммивояжера в работе [30] базисное решение было получено жадным алгоритмом, а само решение задачи – вариационным генетическим алгоритмом.

Кроме этого, преимуществом использования принципа малых вариаций является то, что генетические операции можно выполнять на наборах векторов вариаций, а не на самих решениях (планах координаций) пусть и в закодированной форме. Планы координаций имеют сложную структуру, учитывающую множество ограничений на длительности фаз, их последовательность. В результате скрещивания таких структур напрямую будут получаться непригодные решения, имеющие разные размерности,

которые придется анализировать на выполнение всех ограничений, затем восстанавливать их пригодность, что значительно снизит эффективность алгоритма.

В случае невозможности получить “хорошее” базисное решение и вынужденном использовании случайного решения необходимо использовать другие поисковые методы, потому что вариационный генетический алгоритм носит больше исследовательский характер, нежели разведывательный. В случае использования данного метода для решения задачи оптимального управления потоками транспорта данное обстоятельство не оказывает влияния на эффективность решения.

Рассмотрим более подробно формирование базисного решения, его вариаций и сам алгоритм.

А. Базисное решение

Первоначально задачей оптимизации плана координаций светофорных объектов было уточнение существующего плана координаций (ПК). На практике план координаций разрабатывается на основе опыта специалиста, наблюдений за потоками транспорта в сети, с учетом исключения конфликтов направлений движения, и в соответствии с действующей регламентирующей документацией. Например, определенная фаза не может иметь продолжительность меньше, чем время, необходимое пешеходу для перехода через дорогу при этой фазе. Важным параметром плана координаций является время цикла переключения фаз светофоров T_c . Существующий план координаций на рассматриваемых перекрестках был принят в качестве базисного решения.

Базисное решение в виде программы управления на каждом такте управления имеет вид

$$\tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot) = (\tilde{\mathbf{u}}^0(0), \dots, \tilde{\mathbf{u}}^0(T_c)), \quad (12)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}^0(k) = [\tilde{u}_1^0(k) \dots \tilde{u}_M^0(k)]^T, \quad (13)$$

где $\tilde{u}_i^0(k) \in \{0, 1\}, i = \overline{1, M}, M$ — количество управляемых перекрестков, $k = \overline{0, T_c}, T_c$ – время цикла, такое что

$$K = nT_c,$$

K – заданное количество тактов управления.

Ниже приведен пример базисного решения для 10 тактов управления на 4 перекрестках:

$$\tilde{\mathbf{u}}_{10 \times 4}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

При известном значении начальных фаз на всех 4 перекрестках по программе управления можно определить, что на перекрестке 1 переключение на следующую фазу произойдет на такте управления $k = 6, \tilde{u}_1(6) = 1$, а

например, на перекрестке 3 будут два последовательных переключения на тактах управления $k = 3$ и $k = 9$ соответственно, $\tilde{u}_3(3) = 1$, $\tilde{u}_3(9) = 1$.

В. Вариации базисного решения

Согласно универсальному принципу малых вариаций базисного решения [29], [30] для описания малых вариаций плана координат введем целочисленный вектор малых вариаций

$$\mathbf{w} = [w_1 w_2 w_3]^T, \quad (15)$$

где w_1 – номер перекрестка, $w_1 \in \{1, \dots, M\}$, w_2 – номер такта управления, $w_2 \in \{1, \dots, T_c\}$, w_3 – новое значение компоненты вектора управления, $w_3 \in \{0, 1\}$.

Длина кода вектора вариаций одинакова для всех вариаций, что существенно облегчает выполнение генетических операций и тем самым облегчает машинный поиск.

Вектор малых вариаций (15) оказывает влияние на базисное решение (12)-(13), что влечет за собой изменение программы управления

$$\mathbf{w} \circ \tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot) \Rightarrow \tilde{u}_{w_1}^0(w_2) = w_3. \quad (16)$$

Для того, чтобы использовать базисное решение в исходном виде как одно из возможных решений при выполнении основных генетических операций скрещивания и мутации, вводится специальный тождественный вектор вариаций $\mathbf{0}_3 = [0 \ 0 \ 0]^T$ такой, что $\mathbf{0}_3 \circ \tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot) = \tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot)$.

Следует обратить внимание на то, что после варьирования базисного решения его необходимо проверять на соответствие ограничениям, наложенным на допустимые длительности фаз светофоров (10). В случае нарушения ограничений вариация не выполняется.

С. Алгоритм

Вариационный генетический алгоритм работает с упорядоченными наборами векторов малых вариаций. Каждый упорядоченный набор содержит определенное количество векторов малых вариаций. Набор последовательно воздействует на базисную программу управления и трансформирует ее в одно из возможных решений задачи. Основные генетические операции, скрещивание и мутация, выполняются на упорядоченных наборах векторов малых вариаций.

Начальное множество возможных решений состоит из базисного решения (12)-(13) и множества упорядоченных наборов векторов вариаций

$$\mathbf{W} = (\mathbf{W}^1, \dots, \mathbf{W}^H), \quad (17)$$

где \mathbf{W}^i – упорядоченное множество векторов малых вариаций,

$$\mathbf{W}^i = (\mathbf{w}^{i,1}, \dots, \mathbf{w}^{i,d}), \quad (18)$$

$\mathbf{w}^{i,j} = [w_1^{i,j} \ w_2^{i,j} \ w_3^{i,j}]^T$, $i = \overline{1, H}$, $j = \overline{1, d}$, H – количество наборов или в терминах генетического алгоритма размер начальной популяции, d – количество векторов вариаций в одном наборе или глубина вариаций.

Глубина вариаций показывает максимальное количество вариаций между базисным решением и возможными решениями, и таким образом служит для определения “расстояния” между базисным решением (12)-(13) и элементом множества возможных решений (17). Если базисное решение было выбрано достаточно хорошим, то глубина вариаций должна быть небольшой, и по мере продвижения к оптимальному решению глубину вариаций можно также уменьшать.

Каждое упорядоченное множество векторов малых вариаций базисного решения определяет новое возможное решение

$$\mathbf{W}^i \circ \tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot) = \mathbf{w}^{i,d} \circ \dots \circ \mathbf{w}^{i,1} \circ \tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot) = \tilde{\mathbf{u}}^i(\cdot), i = \overline{1, H}. \quad (19)$$

Каждое возможное решение оценивается по значению критерия качества (6)

$$Q = (q_0 = J(\tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot)), \dots, q_H = J(\tilde{\mathbf{u}}^H(\cdot))). \quad (20)$$

Далее, на основе проведенной оценки, определяется лучшее решение в начальной популяции

$$q_{i-} = \min\{q_0, \dots, q_H\}. \quad (21)$$

Для выполнения операции скрещивания из начальной популяции случайным образом выбираются два упорядоченных множества векторов малых вариаций $\mathbf{W}^\alpha = (\mathbf{w}^{\alpha,1}, \dots, \mathbf{w}^{\alpha,d})$ и $\mathbf{W}^\beta = (\mathbf{w}^{\beta,1}, \dots, \mathbf{w}^{\beta,d})$ и вычисляется вероятность скрещивания двух отобранных решений

$$P_c = \max\left\{\frac{q_{i-}}{q_\alpha}, \frac{q_{i-}}{q_\beta}\right\}. \quad (22)$$

Генерируется случайное число от 0 до 1 и, если оно меньше, чем P_c , то осуществляется операция скрещивания. Применяется одноточечное скрещивание. Точка скрещивания выбирается случайно $\sigma \in \{1, \dots, d\}$.

В результате скрещивания получаются два новых набора векторов вариаций

$$\mathbf{W}^{H+1} = (\mathbf{w}^{\alpha,1}, \dots, \mathbf{w}^{\alpha,\sigma-1}, \mathbf{w}^{\beta,\sigma}, \dots, \mathbf{w}^{\beta,d}), \quad (23)$$

$$\mathbf{W}^{H+2} = (\mathbf{w}^{\beta,1}, \dots, \mathbf{w}^{\beta,\sigma-1}, \mathbf{w}^{\alpha,\sigma}, \dots, \mathbf{w}^{\alpha,d}). \quad (24)$$

Далее генерируется случайное число от 0 до 1. Если данное число оказывается меньше, чем некоторый заданный параметр мутации P_μ , то выполняется мутация новых решений \mathbf{W}^{H+1} и \mathbf{W}^{H+2} . Для этого случайно выбираются точки мутации $\mu_j \in \{1, \dots, d\}$, $j = 1, 2$ и случайно генерируются два новых вектора вариаций

$$\mathbf{w}^{H+j,\mu_j} = [w_1^{H+j,\mu_j} \ w_2^{H+j,\mu_j} \ w_3^{H+j,\mu_j}]^T, j = 1, 2. \quad (25)$$

Полученные новые вектора вариаций помещаются в соответствующие места в наборах векторов вариаций \mathbf{W}^{H+1} и \mathbf{W}^{H+2} . В результате получаем два новых набора векторов вариаций

$$\mathbf{W}^{H+1} = (\mathbf{w}^{H+1,1}, \dots, \mathbf{w}^{H+1,d}), \quad (26)$$

$$\mathbf{W}^{H+2} = (\mathbf{w}^{H+2,1}, \dots, \mathbf{w}^{H+2,d}). \quad (27)$$

Каждый из новых наборов векторов вариаций соответствует новому возможному решению

$$\tilde{\mathbf{u}}^{H+1}(\cdot) = \mathbf{W}^{H+1} \circ \tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot), \quad (28)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}^{H+2}(\cdot) = \mathbf{W}^{H+2} \circ \tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot). \quad (29)$$

Полученные два новых решения оцениваются по значению критерия качества (6)

$$q_{H+1} = J(\mathbf{W}^{H+1} \circ \tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot)) \quad (30)$$

$$q_{H+2} = J(\mathbf{W}^{H+2} \circ \tilde{\mathbf{u}}^0(\cdot)) \quad (31)$$

Каждое новое найденное решение сравнивается с наихудшим возможным решением

$$q_{i+} = \max\{q_0, \dots, q_H\}. \quad (32)$$

Если наихудшее возможное решение хуже, чем новое возможное решение, то наихудшее решение заменяется новым возможным решением

$$\text{Если } q_{i+} > q_{H+j}, \text{ то } \mathbf{W}^{i+} \leftarrow \mathbf{W}^{H+j}, \quad j = 1, 2. \quad (33)$$

Повторяем операции отбора, скрещивания и мутации заданное число раз, называемое количеством поколений. Периодически заменяем базисное решение на лучшее найденное к текущему моменту решение. Количество поколений между заменой базисного решения, называется эпохой. По достижению заданного количества поколений или продолжительному неупрощению базисного решения производим останов. Найденное решение считаем наилучшим возможным решением, найденным к текущему моменту.

D. Примеры

Рассмотрим примеры вариаций программы управления (14).

Пусть имеются два вектора вариаций

$$\mathbf{w}^{1,1} = [2 \ 5 \ 1]^T, \mathbf{w}^{1,2} = [4 \ 2 \ 1]^T. \quad (34)$$

Первый вектор вариаций соответствует такому изменению базисного решения, при котором на втором перекрестке на такте управления $k = 5$ происходит смена фазы на следующую по порядку фазу. Второй вектор вариаций соответствует такому изменению базисного решения, при котором на четвертом перекрестке на такте управления $k = 2$ происходит смена фазы на следующую по порядку фазу. Глубина вариации базисного решения равна двум. Нумерация тактов в программе управления начинается с нуля.

Упорядоченное множество векторов малых вариаций имеет вид

$$\mathbf{W}^1 = (\mathbf{w}^{1,1}, \mathbf{w}^{1,2}). \quad (35)$$

Последовательно применяя вариации к базисному решению $\tilde{\mathbf{u}}_{10 \times 4}^0$ получим другое возможное решение $\tilde{\mathbf{u}}_{10 \times 4}^1$

$$\mathbf{W}^1 \circ \tilde{\mathbf{u}}_{10 \times 4}^0 = \mathbf{w}^{1,2} \circ \mathbf{w}^{1,1} \circ \tilde{\mathbf{u}}_{10 \times 4}^0 = \tilde{\mathbf{u}}_{10 \times 4}^1, \quad (36)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_{10 \times 4}^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Рассмотрим пример выполнения основных генетических операций.

Предположим, что для скрещивания отобраны два возможных решения в виде упорядоченных множеств векторов малых вариаций

$$\mathbf{W}^1 = (\mathbf{w}^{1,1}, \mathbf{w}^{1,2}, \mathbf{w}^{1,3}), \quad (38)$$

$$\mathbf{W}^1 = ([2 \ 5 \ 1]^T, [4 \ 2 \ 1]^T, [3 \ 7 \ 1]^T), \quad (39)$$

$$\mathbf{W}^2 = (\mathbf{w}^{2,1}, \mathbf{w}^{2,2}, \mathbf{w}^{2,3}). \quad (40)$$

$$\mathbf{W}^2 = ([1 \ 4 \ 1]^T, [2 \ 2 \ 1]^T, [3 \ 1 \ 1]^T). \quad (41)$$

Пусть случайно выбрана точка скрещивания $\sigma = 2$ из $\sigma \in \{1, \dots, 3\}$. Тогда в результате скрещивания будут получены два новых решения

$$\mathbf{W}^3 = (\mathbf{w}^{3,1}, \mathbf{w}^{3,2}, \mathbf{w}^{3,3}) = (\mathbf{w}^{3,1}, \mathbf{w}^{3,2}, \mathbf{w}^{3,3}), \quad (42)$$

$$\mathbf{W}^3 = ([2 \ 5 \ 1]^T, [4 \ 2 \ 1]^T, [3 \ 1 \ 1]^T), \quad (43)$$

$$\mathbf{W}^4 = (\mathbf{w}^{4,1}, \mathbf{w}^{4,2}, \mathbf{w}^{4,3}) = (\mathbf{w}^{4,1}, \mathbf{w}^{4,2}, \mathbf{w}^{4,3}), \quad (44)$$

$$\mathbf{W}^4 = ([1 \ 4 \ 1]^T, [2 \ 2 \ 1]^T, [3 \ 7 \ 1]^T). \quad (45)$$

Новым решениям \mathbf{W}^3 и \mathbf{W}^4 будут соответствовать новые программы управления

$$\tilde{\mathbf{u}}^3 = \mathbf{W}^3 \circ \tilde{\mathbf{u}}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (46)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}^4 = \mathbf{W}^4 \circ \tilde{\mathbf{u}}^0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (47)$$

Выполним операцию мутации для решения W^3 . Случайно выберем точку мутации $\mu_3 = 2$ из $\mu \in \{1, \dots, 3\}$ и случайно сгенерируем вектор вариаций

$$\mathbf{w}^{3,2} = [w_1^{3,2} \ w_2^{3,2} \ w_3^{3,2}]^T = [4 \ 6 \ 1]^T. \quad (48)$$

Тогда возможное решение W^3 примет вид

$$W^3 = ([2 \ 5 \ 1]^T, [4 \ 6 \ 1]^T, [3 \ 1 \ 1]^T). \quad (49)$$

V. Вычислительный эксперимент

Вычислительный эксперимент проводился на программном комплексе СТraf [34]. При вычислительном эксперименте были использованы действующий план координаций группы, состоящей из двух перекрестков на пересечении Коровинского шоссе и улиц Клязьминской (перекресток №1) и Ангарской (перекресток №2), а также данные с детекторов, расположенных в районе рассматриваемой сети. Действующий план координаций был выбран для рабочего дня в период 6.00 - 7.00.

Кроме двух реальных перекрестков сеть была дополнена четырьмя виртуальными перекрестками, расположенными между реальными перекрестками. Особенностью виртуальных перекрестков является то, что они регулируются виртуальными светофорами, на которых всегда установлена разрешающая фаза светофора, но тем не менее виртуальные перекрестки реализуют задержку транспортных средств, необходимую для преодоления достаточно длинного расстояния между реальными перекрестками.

Граф рассматриваемой сети дорог приведен на рис. 2. На рисунке: узлы графа – участки дорог, направленные дуги – маневры. Сеть разделена на 34 участка: участки 1, 2, 6-10, 22-27 – входные, участки 3-5, 11, 12, 17-21, 28, 32-34 – внутренние, участки 13-16, 29-31 – выходные.

Для компактного описания сети и ее параметров используем списки вместо матриц. Каждый элемент списка соответствует строке матрицы и содержит индексы столбцов матрицы, содержащих ненулевые элементы. Если строка матрицы содержит только нулевые элементы, то она соответствует пустому множеству в элементе списка. Параметры модели, использованные в эксперименте, приведены в Таблицах 4 и 5.

В качестве критерия качества была выбрана максимизация количества ТС на всех выходных участках сети

$$J_1 = - \sum_{i \in I_1} x_i(K) \rightarrow \min. \quad (50)$$

Моделирование проводилось для $K = 1160$ тактов управления. Такт управления был выбран равным одной секунде.

Базисные планы координаций (ПКбаз) в тактах для рассматриваемых перекрестков приведены в Таблицах 1 и 2.

При моделировании базисного плана координаций (ПКбаз) было получено следующие значение критерия качества $J_1 = -2068, 27$.

Оптимизация проводилась с использованием вариационного генетического алгоритма с параметрами, приведенными в Таблице 3. Для оптимальной программы управления получено значение критерия качества $J_1 = -2161, 64$. Данному решению $\tilde{\mathbf{u}}(\cdot)$ для перекрестков №1 и №2 соответствуют планы координаций (ПКопт), приведенные в Таблицах 1 и 2. Заметим, что для обоих перекрестков фазы светофоров сменяются последовательно и повторяются циклически, но их длительности варьируются. Ограничения на длительности фаз не нарушаются.

Полученный оптимальный план координаций позволяет улучшить значение критерия качества на 2-3% по сравнению с базисным планом координаций, что свидетельствует о том, что базисный план координаций был выбран достаточно хорошо.

Время вычислений зависит от размера рассматриваемой сети, времени процесса управления и параметров эволюционного алгоритма. Эксперимент был проведен на процессоре Intel Core i7-6700, 3.40 GHz, ОЗУ 16Gb. Для рассмотренного примера время вычислений составило около 3 минут.

Таблица I
Планы координаций перекрестка №1

Фаза	ПКбаз	ПКопт	Огр.
1	26	24	+
2	16	27	+
3	28	19	+
4	18	18	+
5	28	28	+

Таблица II
Планы координаций перекрестка №2

Фаза	ПКбаз	ПКопт	Огр.
1	20	20	+
2	26	26	+
3	17	17	+
4	21	21	+
5	22	17	+
6	10	15	+

Таблица III
Параметры ВарГА

Параметр	Значение
Размер начальной популяции, H	2048
Число поколений, G	256
Количество скрещиваний, R	128
Глубина вариаций, d	7
Вероятность мутации, P_μ	0,75
Число поколений между сменой базисного решения, $epoch$	14

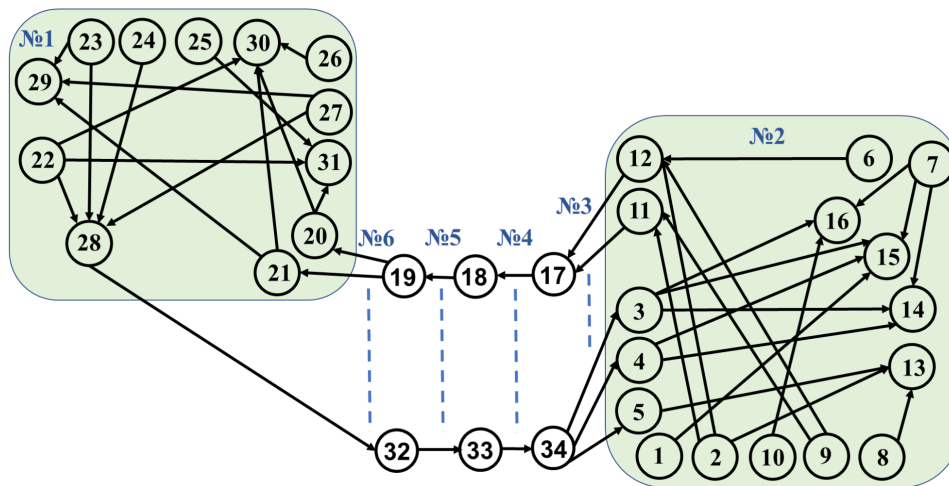


Рис. 2. Граф сети

Список литературы

- [1] Алиев А.С., Стрельников А.И., Швецов В.И., Шершевский Ю.З. Моделирование транспортных потоков в крупном городе с применением к московской агломерации // Автомат. и телемех., 2005, № 11, 113–125.
- [2] Chao Q., Bi H., Li W., Mao T., Wang Z., Lin M.C., Deng Z. A Survey on Visual Traffic Simulation: Models, Evaluations, and Applications in Autonomous Driving. *Computer Graphics Forum*. 2019. doi:10.1111/cgf.13803.
- [3] Бекмагамбетов М.М., Кочетков А.В. Анализ современных программных средств транспортного моделирования // Журнал автомобильных инженеров, №6 (77), 2012.
- [4] Taleb T., Benslimane A., Letaief K.B. Toward an effective risk-conscious and collaborative vehicular collision avoidance system, *IEEE transactions on Vehicular Technology*, vol. 59, no. 3, pp. 1474-1486, 2010.
- [5] Poczter S.L., Jankovic L.M. The google car: Driving toward a better future? *Journal of Business Case Studies*, vol. 10, no. 1, p.7, 2014.
- [6] Nippold R., Wagner P., Banse O., Rakow C. Investigation of the effect of autonomous vehicles (AV) on the capacity of an urban transport network, *SUMO Conference Proceedings*, 2, p. 53-65, 2022. doi:10.52825/scp.v2i.87.
- [7] Zhu L., Yu F.R., Wang Y., Ning B., Tang T. Big Data Analytics in Intelligent Transportation Systems: A Survey, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 20, 1, 2019. doi: 10.1109/ITITS.2018.2815678.
- [8] Iliashenko O., Iliashenko V., Lukyanchenko E. Big Data in Transport Modelling and Planning. *Transportation Research Procedia*. 54. 900-908. (2021) 10.1016/j.trpro.2021.02.145.
- [9] Nikolova E., Brand M., Karger D. Optimal Route Planning under Uncertainty. 131-141. *Proceedings of the Sixteenth International Conference on Automated Planning and Scheduling, ICAPS 2006*, Cumbria, UK, June 6-10, 2006.
- [10] Papageorgiou M., Diakaki C., Dinopoulou V., Kotsialos A., Wang Y. Review of Road Traffic Control Strategies // *Proceedings of the IEEE*. v.91. 2003. pp. 2043 – 2067.
- [11] Wey W.M. Model formulation and solution algorithm of traffic signal control in an urban network // *Computers Environment Urban Systems*, vol.24, no.4, pp.355-378, 2000.
- [12] Akelik R., Besley M., Chung E. An evaluation of seats master isolated control, *Philosophy of Literature*, vol.2, no.5372, pp.378-382, 1998.
- [13] Hounsell N., Landles J., Bretherton R., Gardner K. Intelligent systems for priority at traffic signals in London: the income project, In *International Conference on Road Transport Information and Control*, 1998, pp.90-94.
- [14] Bommes M., Fazekas A., Volkenhoff T., Oeser M. Video based intelligent transportation systems state of the art and future development, *Transportation Research Procedia*, vol.14, pp.4495-4504, 2016.
- [15] Lee J., Park B. Development and evaluation of a cooperative vehicle intersection control algorithm under the connected vehicles environment, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol.13, no.1, pp.81-90, 2012.
- [16] Софронова Е.А. Универсальная рекуррентная модель управления транспортными потоками в классе микроскопических моделей // Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии. 2021. 4. С. 3-29. <https://doi.org/10.17308/sait.2021.4/3795>.
- [17] Дивеев А.И. Теория управляемых сетей и ее приложения. М.: ВЦ РАН, 2007. - 160 с.
- [18] Дивеев А.И. Управляемые сети и их приложения// *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2008. 48(8). С. 1510-1525.
- [19] Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б. Введение в математическое моделирование транспортных потоков. М.: МФТИ, 2010.
- [20] Смирнов Н.Н., Кисилев А.Б., Никитин В.Ф., Юмашев М.В. Математическое моделирование автотранспортных потоков. М.: Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 1999.
- [21] Швецов В.И. Математическое моделирование транспортных потоков // *Автоматика и телемеханика*. 2003. 11. С. 3–46.
- [22] Рафгарден Т. Совершенный алгоритм. Алгоритмы для NP-трудных задач. СПб.: Питер, 2021. – 304 с.
- [23] Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде : количественный подход. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 176 с.
- [24] Лотов А.В., Поспелова И.И. Многокритериальные задачи принятия решений: учебное пособие. М.: МАКС Пресс, 2008. – 197 с.
- [25] Карпенко А.П. Популяционные алгоритмы глобальной поисковой оптимизации. Обзор новых и малоизвестных алгоритмов // *Информационные технологии*. S7. 2012. С. 1–32.
- [26] Fonseca C.M, Fleming P.J. Genetic algorithms for multiobjective function optimization: Formulation, discussion and generalization. *Proc. of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*. San Mateo, CA: Morgan Kauffman. 1993. p.416–423.
- [27] Guliashki V., Toshev H., Korsemov Ch. Survey of Evolutionary Algorithms Used in Multiobjective Optimization // *Problems of Engineering Cybernetics and Robotics*, 2009. vol. 60. P. 42 – 54.
- [28] Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2002. V.6. No. 2. P. 182–197. doi: 10.1109/4235.996017.
- [29] Diveev A.I. Small Variations of Basic Solution Method for Non-numerical Optimization. *Proc. of 16th IFAC Workshop on Control Applications of Optimization*, 2015, p. 28–33. doi: 10.1016/j.ifacol.2015.11.054.
- [30] Sofronova E., Diveev A. Universal approach to solution of optimization problems by symbolic regression. *Appl. Sci*. 2021, 11, 5081. doi: 10.3390/app11115081.
- [31] Pontryagin L.S., Boltyanskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *The Mathematical Theory of Optimal Processes*. VIII + 360 S. New York/London 1962.
- [32] Holland J.H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.
- [33] Курейчик В.М. Генетические алгоритмы и их применение. Таганрогский РТУ, 2002, -244 с.
- [34] Софронова Е.А., Дивеев А.И. Программный комплекс для моделирования и поиска оптимальной программы управления группами светофоров методом вариационного генетического алгоритма. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2020619911 от 25 августа 2020 г.

Таблица IV
 Параметры сети и ограничения (Часть 1)

Название	Значение
Количество перекрестков, M	6
Количество участков дорог в сети, L	34
Количество тактов управления, K	1160
Максимальное количество фаз на перекрестках, \mathbf{u}^+	$[5 \ 6 \ 2 \ 2 \ 2 \ 2]^T$
Количество критериев качества	1
Ограничения на длительности фаз светофоров на каждом перекрестке	$\tilde{\mathbf{u}}_1^- = [13 \ 15 \ 16 \ 16 \ 28]^T$ $\tilde{\mathbf{u}}_1^+ = [50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 35]^T$ $\tilde{\mathbf{u}}_2^- = [13 \ 16 \ 10 \ 19 \ 17 \ 10]^T$ $\tilde{\mathbf{u}}_2^+ = [50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50 \ 50]^T$ $\tilde{\mathbf{u}}_i^- = [400 \ 400]^T$ $\tilde{\mathbf{u}}_i^+ = [2000 \ 2000]^T, i = \overline{3-6}$.

Таблица V
 Параметры сети и ограничения (Часть 2)

Название / Значение
<p>Матрица смежности</p> $\mathbf{A} = ((14), (10, 11, 12), (13, 14, 15), (13, 14), (12), (11), (13, 14, 15), (12), (10, 11), (15), (16), (16), (), (), (), (), (17), (18), (19, 20), (29, 30), (28, 29), (27, 29, 30), (27, 28), (27), (30), (29), (27, 28), (31), (), (), (), (32), (33), (2, 3, 4))$
<p>Матрица управлений</p> $\mathbf{C} = ((1), (1, 1, 1), (1, 1, 1), (1, 1), (1), (1), (1, 1, 1), (1), (1, 1), (1), (3), (3), (), (), (), (), (4), (5), (6, 6), (2, 2), (2, 2), (2, 2, 2), (2, 2), (2), (2), (2), (2, 2), (6), (), (), (), (5), (4), (3, 3, 3))$
<p>Матрица разрешающих фаз</p> $\mathbf{F} = ((\{1, 2, 3\}), (\{3\}, \{3\}, \{3\}), (\{0\}, \{0\}, \{0\}), (\{0\}, \{0\}), (\{1\}), (\{1, 2, 3\}), (\{2\}, \{2\}, \{2\}), (\{0, 2\}), (\{0\}, \{0\}), (\{1\}), (\{0\}), (\{0\}), (), (), (), (), (\{0\}), (\{0\}), (\{0\}, \{0\}), (\{0, 1\}, \{0, 3\}), (\{0, 1\}, \{0, 1\}), (\{2\}, \{2\}, \{2\}), (\{0, 1, 5\}, \{0, 1, 5\}), (\{0, 1, 5\}), (\{4, 5\}), (\{0, 2, 3, 4, 5\}), (\{3\}, \{3\}), (\{0\}), (), (), (), (\{0\}), (\{0\}), (\{0\}, \{0\}, \{0\}))$
<p>Матрица пропускных способностей</p> $\mathbf{B} = ((0.3333), (0.3333, 0.3333, 0.2), (0.2, 0.2, 0.3333), (0.2, 0.2), (0.3333), (0.3333), (0.3333, 0.3333, 0.2), (0.3333), (0.2, 0.2), (0.3333), (2.0), (2.0), (), (), (), (), (4.0), (4.0), (2.0, 2.0), (0.2, 0.2857), (0.3333, 0.2), (0.3333, 0.2857, 0.2), (0.2, 0.2857), (0.2), (0.3333), (0.3333), (0.2857, 0.2), (4.0), (), (), (), (4.0), (4.0), (2.0, 2.0, 2.0))$
<p>Матрица распределений</p> $\mathbf{D} = ((1.0), (0.35, 0.35, 0.3), (0.35, 0.35, 0.3), (0.5, 0.5), (1.0), (1.0), (0.25, 0.25, 0.5), (1.0), (0.5, 0.5), (1.0), (1.0), (1.0), (), (), (), (), (1.0), (1.0), (0.5, 0.5), (0.6, 0.4), (0.4, 0.6), (0.35, 0.35, 0.3), (0.5, 0.5), (1.0), (1.0), (1.0), (0.4, 0.6), (1.0), (), (), (), (1.0), (1.0), (0.3, 0.4, 0.3))$
<p>Начальное состояние потоков на каждом участке сети (ед. ТС)</p> $\mathbf{x}^0 = [15 \ 15 \ 15 \ 20 \ 15 \ 10 \ 20 \ 15 \ 20 \ 15 \ 30 \ 20 \ 10 \ 30 \ 20 \ 20 \ 15 \ 15 \ 15 \ 25 \ 25 \ 20 \ 20 \ 25 \ 20 \ 10 \ 15 \ 50 \ 15 \ 50 \ 20 \ 15 \ 15 \ 15]^T$.
<p>Ограничения на вместимость участков дорог (ед. ТС)</p> $\mathbf{x}^+ = [28.5 \ 28.5 \ 100 \ 100 \ 100 \ 28.5 \ 28.5 \ 28.5 \ 28.5 \ 28.5 \ 100 \ 100 \ 5000 \ 5000 \ 5000 \ 5000 \ 100 \ 100 \ 100 \ 100 \ 100 \ 28.5 \ 28.5 \ 28.5 \ 28.5 \ 100 \ 5000 \ 5000 \ 5000 \ 100 \ 100 \ 100]^T$.
<p>Величины устредненных потоков на входные участки сети (ед. ТС)</p> $\Delta = [0.15 \ 0.15 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0.15 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

Variational Genetic Algorithm and Its Application to Urban Traffic Flow Control

Elena Sofronova

Abstract—In dense urban road network, the influence of traffic lights at neighboring intersections becomes significant. Programs for switching the phases of traffic lights, which are called coordination plans, must agree. In the paper the problem of traffic flow control is considered as an optimal control problem.

A universal recurrent traffic flow model based on the controlled networks theory is used. The mathematical model of the object is a system of recurrent finite-difference equations, which most closely corresponds to the system of differential equations applied in the optimal control theory. The proposed model allows to combine intersections, providing network extensibility.

It is assumed that information about the state of the road network, maneuver parameters, input flows, restrictions on the capacity of vehicles on road sections and on the duration of traffic light phases, as well as the initial state of the traffic flow are known. It is necessary to find a control in the form of durations of phases of traffic lights at regulated intersections, taking into account the minimization of a given quality criterion. The solution of the problem is the optimal coordination plan for all regulated intersections of the network in a specific period of time.

The optimal control problem of traffic flows is stated and a method for solving it by variational genetic algorithm is presented. The method uses the principle of small variations of the basic solution. According to this principle, one basic solution, the current coordination plan, is given and all other possible solutions are determined by the set of codes of small variations of the basic solution. A description of the variational genetic algorithm is provided. Examples of variations of the basic solution and the execution of basic genetic operations on them are presented.

The proposed method is used to solve the optimal control problem for a group of traffic lights in the Northern Administrative District of Moscow.

Keywords—traffic flow, optimal control, evolutionary algorithms

Список литературы

- [1] Aliev A.S., Strelnikov A.I., Shvetsov V.I., Shershevsky Yu.Z. Modeling of traffic flows in a large city with application to the Moscow agglomeration // *Avtomat. i Telemekh.*, 2005, No. 11, 113–125.
- [2] Chao Q., Bi H., Li W., Mao T., Wang Z., Lin M.C., Deng Z. A Survey on Visual Traffic Simulation: Models, Evaluations, and Applications in Autonomous Driving. *Computer Graphics Forum*. 2019. doi:10.1111/cgf.13803.
- [3] Bekmagambetov M.M., Kochetkov A.V. Analysis of modern vehicle modeling software // *Journal of Automotive Engineers*, No. 6 (77), 2012.
- [4] Taleb T., Benslimane A., Letaief K.B. Toward an effective risk-conscious and collaborative vehicular collision avoidance system, *IEEE transactions on Vehicular Technology*, vol. 59, no. 3, pp. 1474–1486, 2010.
- [5] Poczter S.L., Jankovic L.M. The google car: Driving toward a better future? *Journal of Business Case Studies*, vol. 10, no. 1, p.7, 2014.
- [6] Nippold R., Wagner P., Banse O., Rakow C. Investigation of the effect of autonomous vehicles (AV) on the capacity of an urban transport network, *SUMO Conference Proceedings*, 2, p. 53-65, 2022. doi:10.52825/scp.v2i.87.
- [7] Zhu L., Yu F.R., Wang Y., Ning B., Tang T. Big Data Analytics in Intelligent Transportation Systems: A Survey, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 20, 1, 2019. doi: 10.1109/TITS.2018.2815678.
- [8] Iliashenko O., Iliashenko V., Lukyanchenko E. Big Data in Transport Modelling and Planning. *Transportation Research Procedia*. 54. 900–908. (2021) 10.1016/j.trpro.2021.02.145.
- [9] Nikolova E., Brand M., Karger D. Optimal Route Planning under Uncertainty. 131-141. *Proceedings of the Sixteenth International Conference on Automated Planning and Scheduling, ICAPS 2006, Cumbria, UK, June 6-10, 2006*.
- [10] Papageorgiou M., Diakaki C., Dinopoulou V., Kotsialos A., Wang Y. Review of Road Traffic Control Strategies // *Proceedings of the IEEE*. v.91. 2003. pp. 2043 – 2067.
- [11] Wey W.M. Model formulation and solution algorithm of traffic signal control in an urban network // *Computers Environment Urban Systems*, vol.24, no.4, pp.355-378, 2000.
- [12] Akelik R., Besley M., Chung E. An evaluation of seats master isolated control, *Philosophy of Literature*, vol.2, no.5372, pp.378-382, 1998.
- [13] Hounsell N., Landles J., Bretherton R., Gardner K. Intelligent systems for priority at traffic signals in London: the income project, In *International Conference on Road Transport Information and Control*, 1998, pp.90-94.
- [14] Bommers M., Fazekas A., Volkenhoff T., Oeser M. Video based intelligent transportation systems state of the art and future development, *Transportation Research Procedia*, vol.14, pp.4495-4504, 2016.
- [15] Lee J., Park B. Development and evaluation of a cooperative vehicle intersection control algorithm under the connected vehicles environment, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, vol.13, no.1, pp.81-90, 2012.
- [16] Sofronova E.A. Universal recurrent model of traffic flow control in the class of microscopic models. *Vestnik VGU. Series: System Analysis and Information Technologies*. 2021. 4. p. 3-29. doi: 10.17308/sait.2021.4/3795.
- [17] Diveev A.I. Theory of controlled networks and its applications. M.: CC RAS, 2007. - 160 p.
- [18] Diveev A.I. Controlled networks and their applications. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 48(8), 2008, P. 1428–1442. DOI: 10.1134/S0965542508080125.
- [19] Gasnikov A.V., Klenov S.L., Nurminskij E.A., Holodov Ya.A., Shamraj N.B. Introduction to mathematical modeling of traffic flows: textbook. MIPT, 2010. 362 p. (in Russian)
- [20] Smirnov N.N., Kisilev A.B., Nikitin V.F., Yumashev M.V. Mathematical modeling of motor traffic flows. M.: Faculty of Mechanics and Mathematics of Moscow State University, 1999.
- [21] Shvetsov V.I. Mathematical modeling of traffic flows // *Automation and Telemekhanics*. 2003. 11. P. 3–46.
- [22] Roughgarden T., *Algorithms Illuminated. Part 4: Algorithms for NP-Hard Problems*. Soundlikeyourself Publishing, LLC, 2020. — 273 p.
- [23] Nogin V.D. Decision making in a multicriteria environment: a quantitative approach. M.: FIZMATLIT, 2005. – 176 p.
- [24] Lotov A.V., Pospelova I.I. Multi-criteria decision-making problems: a tutorial. M.: MAKS Press, 2008. - 197 p.
- [25] Karpenko A.P. Population algorithms for global search optimization. Review of new and little-known algorithms // *Information technologies*. S7. 2012. p. 1–32.
- [26] Fonseca C.M, Fleming P.J. Genetic algorithms for multiobjective function optimization: Formulation, discussion and generalization. *Proc. of the Fifth International Conference on Genetic Algorithms*. San Mateo, CA: Morgan Kaufman. 1993. p.416–423.
- [27] Guliaschi V., Toshev H., Korsemov Ch. Survey of Evolutionary Algorithms Used in Multiobjective Optimization // *Problems of Engineering Cybernetics and Robotics*, 2009. vol. 60. P. 42 – 54.
- [28] Deb K., Pratap A., Agarwal S., Meyarivan T. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II // *IEEE Transactions*

- on Evolutionary Computation. 2002. V.6. No. 2. P. 182–197. doi: 10.1109/4235.996017.
- [29] Diveev A.I. Small Variations of Basic Solution Method for Non-numerical Optimization. Proc. of 16th IFAC Workshop on Control Applications of Optimization, 2015, p. 28–33. doi: 10.1016/j.ifacol.2015.11.054.
- [30] Sofronova E., Diveev A. Universal approach to solution of optimization problems by symbolic regression. Appl. Sci. 2021, 11, 5081. doi: 10.3390/app11115081.
- [31] Pontryagin L.S., Boltyanskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishechenko E.F. The Mathematical Theory of Optimal Processes. VIII + 360 S. New York/London 1962.
- [32] Holland J.H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.
- [33] Kureichik V.M. Genetic algorithms and their application. Taganrog RTU, 2002, - 244 p.
- [34] Sofronova E.A., Diveev A.I. Package for simulation and search for the optimal control program for groups of traffic lights using variational genetic algorithm. Certificate of state registration of the computer program No. 2020619911 dated August 25, 2020.

Author

Sofronova Elena, Ph.D., associate professor, senior researcher, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Science, Russia. Main scientific area of research: investigation and development of mathematical models and algorithms for optimal control of traffic flows in the urban road network; symbolic regression methods and evolutionary algorithms for identification, optimal control and synthesis problems.