

Робастное интервальное прогнозирование временных рядов

А.А. Червяков, Е.В. Никульчев

Аннотация—Прогнозирование временных рядов применяется во многих практических задачах и занимает заметное место в научных исследованиях в различных областях. В статье рассматривается робастный подход к прогнозированию временных рядов в форме интервалов. Проведен анализ существующих подходов. Показано, что классические методы, такие как авторегрессионные или стохастические модели, используют не только точечные оценки, но и доверительные интервалы. Однако результатом классического прогноза являются точки, а в интервальном прогнозировании решением являются диапазоны значений. Важной отличительной особенностью интервального прогноза от доверительных вероятностей является оценка качества решений. В рассматриваемом подходе размером интервала управляет не уровень значимости, а специально введенные критерии. Рассмотрены основные типы критериев оценки интервальных решений и особенности их использования. Использование прогноза в форме интервалов обеспечивает снижение степени неопределенности в данных и робастность модели по выходу, но при этом происходит и размытие точности прогноза. В работе рассмотрена методика стратегии управлением портфелем рядов, основанная на робастном интервальном прогнозе по типовым моделям. Полученные результаты свидетельствуют об эффективности и перспективности развития теории интервального временного прогнозирования и практики ее применения для различных приложений.

Ключевые слова—интервалы прогнозов, временные ряды, интервал, управление портфелем.

I. ВВЕДЕНИЕ

Прогнозирование временных рядов является важной проблемой в научных исследованиях с широким спектром практических приложений, включая экономику, науки об окружающей среде, энергетику и многое другое [1]. В общем смысле временной ряд — это последовательность наблюдений за некоторой системой или явлением в хронологическом порядке. Задача прогнозирования временных рядов заключается в оценке будущих данных на основе имеющихся данных наблюдений.

Прогнозирование временных рядов является традиционной темой исследований в статистике и эконометрике, от простых авторегрессионных методов, таких как ARIMA [2], ETS и т.д. [3] до современных

методов, использующих искусственные нейронные сети, и машинное обучение [4], нечеткую логику [5] и др. Преимущества традиционных одномерных методов заключаются в том, что они могут работать при минимальном объеме данных [6]. Количество параметров, которые необходимо определить с помощью этих методов, значительно меньше по сравнению с методами машинного обучения. Однако традиционные одномерные методы имеют и недостатки при моделировании сложных систем: для каждого ряда строится одна модель; идентификации параметров требует вычислительно-надежных методов; одномерные методы прогнозирования учитывают только особенности и закономерности, присущие одному временному ряду без учета структурной сложности.

Традиционные методы моделирования временных рядов, направлены на поиск следующей точки (или точек на горизонт прогноза) в условиях заданных текущих и исторических данных. В отличие от точечного, методы построения интервала прогноза (prediction interval, далее – ПИ) направлены на вычисление диапазона, в котором будет находиться система в следующий момент времени. В некотором смысле ПИ есть наиболее вероятный интервал значений в заданных требованиях к виду и ширине интервала. При этом, даже если построение интервалов основано на уровне надежности гипотетической функции распределения, после построения ПИ исследователь оперирует только с границами интервалов. Как известно, до определенного момента развивался интервальный анализ [7], который просто перестает иметь физический смысл при операции умножения интервалов. Операция умножения в интервальном анализе вводится как произведение границ интервалов (например, если интервальную переменную $a = [2, 3]$ умножить на $b = [100, 101]$, то получится $c = [200, 303]$), что быстро приводит к значительному расширению интервалов. В теории ПИ нет операции умножения, вводится только сложение интервалов [8]. Использование ПИ обеспечивает снижение степени неопределенности в данных и робастность модели по выходу, но при этом происходит и размытие точности прогноза. Гарантированное попадание в заданный интервал прогноза есть снижение ошибки, а при достаточно широком интервале и полное исключение ошибки. В работе проведен анализ существующих методов и рассмотрена методика стратегии управлением портфелем рядов, основанная на робастном интервальном прогнозе по типовым моделям.

Статья получена 14 марта 2023.

А.А. Червяков, Федеральное казначейство Минфина России, Москва (e-mail: achervyakov@roskazna.ru).

Е.В. Никульчев, профессор РАО, профессор МИРЭА – Российский технологический университет, Москва (e-mail: nikulchev@mail.ru)

II. АНАЛИЗ МЕТОДОВ ИНТЕРВАЛЬНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

В настоящее время интуитивная понятность ПИ привлекает большое внимание исследователей. Например, метеопрогноз представляет собой, как правило, диапазон прогнозируемых температур на момент времени, методы ПИ широко применяются для бизнес-данных [9], прогнозирования ветра [10], в энергетике [11] и в других прикладных областях [12]. Область применения можно охарактеризовать следующими особенностями: (1) временной ряд обладает выраженными трендами, сезонными компонентами; (2) задача является портфелем нескольких рядов; (3) к прогнозам предъявляются высокие требования к достоверной надежности верхней и/или нижней границы.

В последние годы методы вероятностного прогнозирования широко изучались для эффективной количественной оценки неопределенностей. Вероятностный прогноз [13–15] получается при применении классических методов построения функций плотности вероятности, квантилей или интервалов в прикладных задачах прогнозирования; функция бета-распределения и гауссовский процесс определены на заданном конечном интервале; нечеткие переменные задаются на интервале; авторегрессионные модели скользящего среднего используют доверительные интервалы и уровень значимости. Однако особенностями таких решений являются предположения о виде распределения. Многие методы имеют существенные сложности применения к реальным данным, например, оценка ковариационных матриц в гауссовских процессах ресурсозатратна; или, например, численные методы получения квазигауссовского шума могут получать отрицательные значения интервала, что не согласуется с физическим смыслом задачи и т.д. Однако эти классические методы позволяют получить первоначальные оценки прогнозируемых значений в форме интервалов. После получения интервалов вероятностные модели, вид распределения как внутри интервала в каждое фиксированное значение, так и для прогнозирующих функций не учитываются, или распределение считается равномерным, обеспечивая равновероятное значение внутри полученных интервалов.

Одним из практически важных методов является непараметрический метод нахождения оценок нижней и верхней границ ПИ, которые получил название LUBE (Lower Upper Bound Estimation) [16]. Реализация подхода LUBE направлена на построение PI непосредственно из входных данных без каких-либо дополнительных предположений о распределении данных. Метод LUBE был предложен [17] и направлен на построение узких наиболее вероятных диапазонов PI, ставя задачу оптимизации, где в качестве целевой функции используются специально введенные критерии оценки качества решений. С помощью LUBE может быть сформулирована как однокритериальная, так и многокритериальная задача. Так в [18] предложена

одноцелевая реализация LUBE, в котором средняя ширина ПИ минимизируется в условиях заданных ограничений. В многоцелевой задаче вводится несколько противоречивых критериев, таких как максимизация вероятности попадания прогнозных значений в интервал при одновременной минимизации ширины ПИ. Поиск компромиссной зависимости может быть найден с использованием эволюционных алгоритмов [19] или поиска парето-оптимальных решений.

Наиболее частой задачей является двухкритериальная задача поиска компромисса в следующем виде. В условиях заданных исторических данных требуется, с одной стороны – обеспечить гарантированное попадание прогнозируемых значений в интервал, с другой стороны – нельзя расширять интервал до бесконечности, оценки должны быть конечны и достаточно узки. Наиболее часто в основе используют два индекса – PISCR и PINAW.

PISCR — это индекс оценки для ПИ, который указывает вероятность того, что будущие значения будут внутри нижней и верхней границы. Понятно, что большее значение PISCR означает, что построенные ПИ могут более точно отражать прогнозируемые значения. PISCR определяется следующим образом [20]:

$$PISCR = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i, \quad (1)$$

где N — объем выборки данных, а a_i представляет собой двоичную переменную, определяемую по формуле:

$$a_i = \begin{cases} 1, & y_i \in [y_{i-}, y_{i+}]; \\ 0, & y_i \notin [y_{i-}, y_{i+}]. \end{cases} \quad (2)$$

В уравнении (2) значения y_{i-}, y_{i+} – предполагаемые нижняя и верхняя границы. Чтобы гарантировать точность ПИ, обычно требуется, чтобы PISCR превышал заранее определенный уровень достоверности $(1 - \alpha)$.

В целом PISCR считается очень важным показателем ПИ, который представляет вероятность того, что целевое значение покрывается верхними и нижними границами ПИ. Хотя PISCR является ключевым показателем точности PI, эффективность PISCR нивелируется расширением интервала, поскольку большой PISCR (даже приближающийся к 100%) может быть легко получен с чрезвычайно широким интервалом прогноза. При этом широкие интервалы не могут обеспечивать значимую информацию или обеспечивать эффективное управление или мониторинг работы системы.

PINAW вводится для оценки эффективности ПИ [21]:

$$PINAW = \frac{1}{N \cdot W} \sum_{i=1}^N (y_{i+} - y_{i-}), \quad (3)$$

где W – ширина диапазона значений ПИ. Целью является минимизация ширины ПИ.

Интервалы являются естественной частью методов прогнозирования и моделирования временных рядов, поскольку у каждой оценки вычисляется либо уровень значимости, либо доверительный интервал. Поэтому можно воспользоваться имеющимися доступными

инструментами построения моделей, например, Colab, Jupyter или иными, где есть реализация классических методов прогнозирования.

Воспользуемся доступным и известным датасетом индекса S&P 500 с суточной стоимостью на момент закрытия торгов.

Применим традиционное разложение на сезонные компоненты и построим прогнозные модели ARIMA в форме интервалов, используя Colab. На рис. 1 показаны интервальные прогнозные модели для сезонной компоненты, тренда и шума.

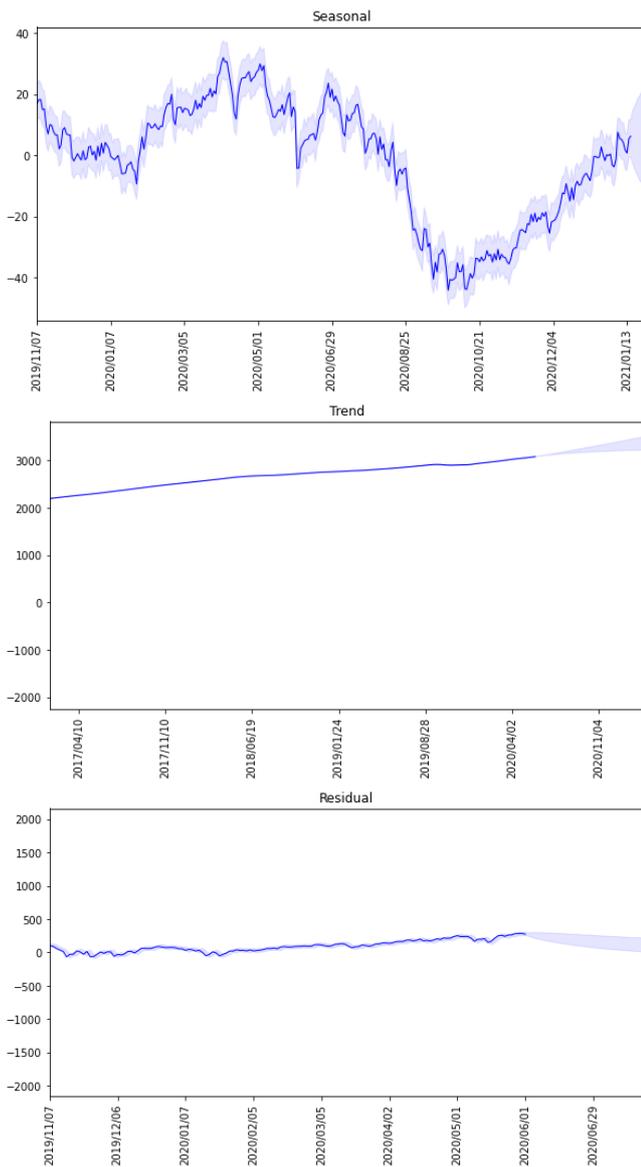


Рис. 1. Интервальные модели компонент S&P 500

В данном случае метод выдает прогнозные значения в форме расширяющихся интервалов, причем верхняя и нижняя границы имеют зеркальную симметрию относительно точек прогноза, в вероятностных методах, интервал равный относительно точки прогноза (преобразование переноса), а при использовании нейросетевых моделей [19] наблюдается симметрия растяжения/сжатия. Это позволяет использовать геометрические свойства решений [22, 23].

III. РОБАСТНОЕ ИНТЕРВАЛЬНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Рассмотрим применение ПИ для трендовых стратегий управления биржевыми портфелями финансовых инструментов. Классические трендовые стратегии очень популярны на биржевых, сырьевых и валютных рынках.

Первоначально временной ряд рыночных котировок разделяется на трендовую, циклическую и шумовую компоненты, а далее следует определить оптимальные точки открытия позиции так, чтобы находиться в открытой позиции большую часть движения тренда. Стратегия управления состоит в том, чтобы, несмотря на шумовую компоненту, открыть позицию в сторону трендовой компоненты и закрыть ее желательно на локальных экстремумах циклической компоненты (см. рис. 2).



Рис. 2. Эффективное открытие короткой и длинной позиции на нисходящем и восходящем тренде

Основные минусы трендовых стратегий вытекают из принципов их построения и динамики рынка. Для трендовой стратегии критически важно своевременно обнаружить тренд и получить оценку локального экстремума. Это позволяет извлечь максимальную прибыль, при этом допустить минимальное количество убыточных сделок из-за ложных сигналов и минимизировать потери по ним.

Автоматизированные трендовые стратегии реализуются через анализ временного ряда котировок цифровыми фильтрами. Это либо популярные технические индикаторы торговых терминалов – MA, MACD, RSI и т.д., либо более сложные алгоритмы цифровой фильтрации и машинного обучения.

Рассмотрим простейшую классическую трендовую стратегию – пересечение простых скользящих средних. По временному ряду цен закрытия периодов строятся две простые скользящие средние.

$$MA_t(n) = (C_t + C_{t-1} + \dots + C_{t-n}) / n.$$

Одна скользящая средняя «короткая» с периодом n , другая скользящая средняя «длинная» с периодом $m > n$. Далее в примерах ниже $n = 10$, а $m = 25$. Пересечение «короткой» скользящей средней «длинной» снизу вверх – сигнал открытия длинной позиции и закрытия короткой, сверху вниз – закрытия длинной и открытия короткой позиции.

В качестве торгуемого инструмента здесь и далее будем использовать индекс Московской биржи – IMOEX с периодом в 1 день. Рисунок 3 иллюстрирует

основные проблемы трендовых стратегий: запаздывающие сигналы открытия и закрытия позиций – пересечение скользящих средних, как и любых других фильтров, происходит с запаздыванием; имеют место ложные срабатывания в периоды отсутствия тренда и повышенной волатильности.



Рис. 3. Основные проблемы трендовых стратегий – запаздывание сигналов, ложные сигналы.

Для решения проблем трендовых стратегий предлагается использовать робастные интервальные модели прогнозирования структурно сложных систем описанные в [8]. Вместо борьбы за подбор оптимальных параметров на входе, предлагается рассмотреть принцип робастности на выходе.

Для расчета индекса MOEX используется 40 бумаг. Бумаги, имеющие наибольший вес – GAZP (14,28%), LKOH (12,72%), SBER (13,16%) по данным сайта www.moex.com на 20.01.23.

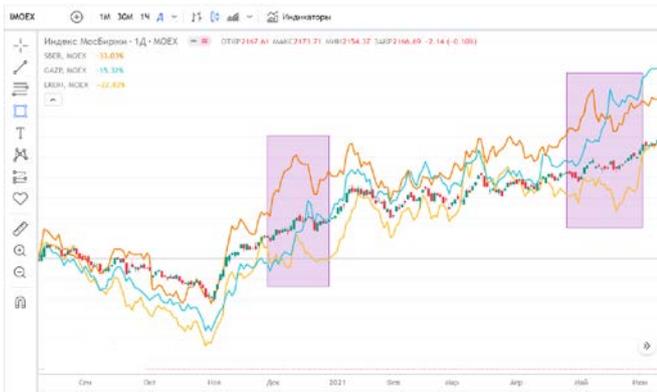


Рис. 4. Динамика основных бумаг, включенных в индекс Московской биржи, в сравнении с самим индексом

Как видно из рис. 4, между бумагами, входящими в индекс, и самим индексом есть корреляция. Особенно хорошо это видно на временных рядах с периодом в 1 день и больше. Объясняется это особенностями бумаг, входящими в индекс, и тем, что в течение дня ключевые новости, влияющие на рынок, уже учитываются его участниками при принятии решений. Но, несмотря на это, по графику видно, что ключевые развороты тренда по отдельным бумагам и индексу наступают в разные моменты времени. На свечах с интервалом в 1 час ситуация была бы более ярко выражена. Соответственно, если анализировать бумаги в

отдельности, и в качестве сигналов для открытия позиции брать все сигналы от бумаг, входящих в индекс, то результат будет получен в том виде, как представлено на рис. 5.

Вокруг оптимальных точек входа в позицию будут появляться сигналы открытия позиции (какие-то – раньше, другие – позже). Если в этот момент открывать позиции, например, равными долями, то точка входа в позицию будет оперативной и робастной по отношению к шумовой и циклической компонентам.



Рис. 5. Определение оптимальной точки входа путем открытия позиции равными долями.

Кроме того, периоды волатильности индекса будут отражать периоды волатильности по бумагам, входящим в индекс. Но какие-то бумаги в период волатильности будут иметь выраженный тренд (рис. 6). Из этого следует, что ложных срабатываний в этот период будет не больше, чем если бы отдельно был проанализирован только ряд индекса.



Рис. 6. Уменьшение количества ложных срабатываний в период волатильности

Таким образом, равнозначно, какие именно фильтры будут использоваться для каждой бумаги в отдельности – при достаточном количестве рядов, входящих в итоговый индекс, получим робастную трендовую стратегию.

Преимущества трендовой стратегии, основанной на робастном интервальном подходе, можно проиллюстрировать на следующем примере.

В качестве основы возьмем простейшую трендовую стратегию: пересечение простых скользящих средних с периодами 10 и 25. Будем открывать только длинные позиции, когда $MA(10) > MA(25)$. Закрытие позиций

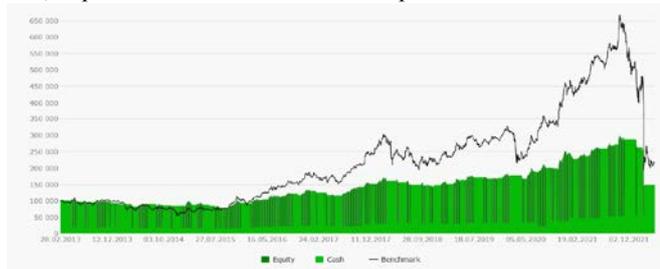
происходит при $MA(10) < MA(25)$. Позицию открываем на 80% от доступной ликвидности. Анализируем ряды с периодом в 1 день.

Применим стратегию для временных рядов с периодом в 1 день для бумаг SBER (рис. 7), GAZP (рис. 8), LKOH (рис. 9).

Как видно из кривых прибыли, для каждой из бумаг трендовая торговая стратегия на базе двух скользящих средних довольно неоптимальная. Несмотря на заметную волатильность бумаг, размер прибыли был небольшой. Однако существенные тренды, пусть и со значительным опозданием, были выявлены, ложных сигналов было мало, кривые прибыли – восходящие без просадок.



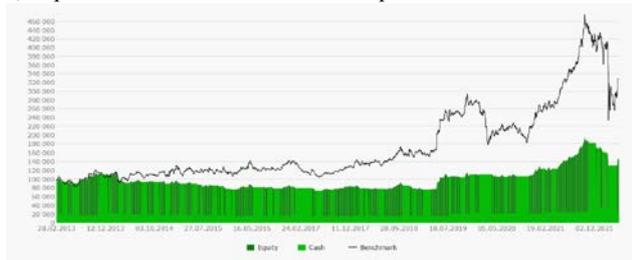
а) торговые сигналы для акций Сбербанка



б) прибыль торговой стратегии для акций Сбербанка
Рис. 7. Динамика прибыли (акции Сбербанка)



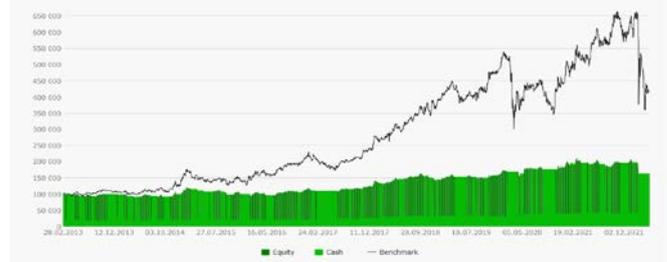
а) торговые сигналы для акций Газпрома



б) прибыль торговой стратегии для акций Газпрома
Рис. 8. Динамика прибыли (акции Газпрома)



а) пороговые сигналы для акций Лукойла



б) прибыль торговой стратегии для акций Лукойла
Рис. 9. Динамика прибыли (акции Лукойла)

Теперь усложним стратегию. Анализировать будем все те же временные ряды с периодом в 1 день бумаг GAZP, LKOH и SBER, но в совокупности, будем оценивать динамику уже структурно сложной системы в форме портфеля ценных бумаг. Эти бумаги не полностью описывают индекс, но являются его значительной частью. Даже несмотря на это существенное допущение, анализ каждой бумаги в отдельности и последующая агрегация прогноза в единый прогноз позволит построить ПИ, в который попадут все значения индекса Московской биржи.

По каждой бумаге будем анализировать торговые сигналы, но открывать позицию будем по самому ИМОЕХ равными долями по 33% от 80% доступной ликвидности по мере появления сигналов. Т.е. будем торговать индексом по модели робастности по выходу.

Вокруг оптимальных точек входа в позицию будут появляться торговые сигналы, получаемые в результате анализа каждого из рядов. На рис. 10 видны нисходящий, восходящий и боковой тренды выявленных стратегией. Набор позиции равными долями в 33% по синим меткам обеспечит идеальную усредненную точку входа в позиции, равно, как и закрытие позиции равными долями по красным меткам.



Рис. 10. Итоговая торговая стратегия

Все значения временного ряда индекса оказались внутри ПИ, несмотря на все допущения с количеством временных рядов, описывающих структурно сложный индекс, и качеством самих моделей прогнозирования каждого из рядов.

Моменты появления торговых сигналов будут такими же как на рис 7–9. При этом кривая прибыльности стратегии будет отличаться. Как видно из графика, приведенного на рис. 11, прибыль существенно выше. Система практически все время находится в состоянии открытой позиции. Объясняется это тем, более надежно выделяем все движение по тренду.

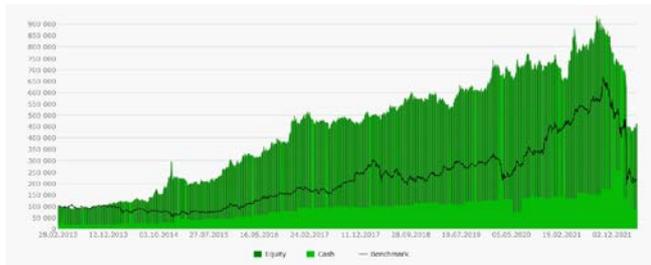


Рис. 11. Прибыль от робастной по выходу торговой стратегии

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье проведен анализ интервального прогнозирования. Показана эффективность управления портфелем на основе интервального прогноза. Анализ приведенного примера показывает, что описывающий структурно сложную систему подход к определению робастной по выходу модели на базе анализа рядов, дает хороший устойчивый надежный результат даже в условиях существенных ограничений. Увеличить точность прогноза, а значит и прибыльность стратегии, можно, перейдя на анализ временных рядов бумаг, входящих в индекс, с меньшим периодом. Например, можно увеличивать число отдельных тиков биржевой цены. Кроме того, развитие методики может состоять в применении более корректных алгоритмов прогнозирования каждого из рядов вместо простых скользящих средних. В таком случае саму стратегию можно строить комплексно, опираясь не только на прогноз, но и на достоверные оценки верхней и нижней границы интервалов.

БИБЛИОГРАФИЯ

- [1] Liu Z., Liu J. A robust time series prediction method based on empirical mode decomposition and high-order fuzzy cognitive maps // *Knowledge-Based Systems*. 2020. Vol. 203. P. 106105.
- [2] Box G., Jenkins G., Reinsel G. Time series analysis: forecasting and control. Forecasting and control series, Prentice Hall, 1994.
- [3] Hyndman R., Koehler A., Ord K., Snyder R.D. Forecasting with exponential smoothing. The state space approach, Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [4] Hyndman R.J. A brief history of forecasting competitions // *International Journal of Forecasting*. 2020. Vol. 36. No. 1. P. 7–14.
- [5] Marín L.G., Cruz N., Sáez D., Sumner M., Núñez A. Prediction interval methodology based on fuzzy numbers and its extension to fuzzy systems and neural networks // *Expert Systems with Applications*. 2019. Vol. 119. P. 128–141.
- [6] Hewamalage H., Bergmeir C., Bandara K. Recurrent neural networks for time series forecasting: Current status and future directions //

- International Journal of Forecasting*. 2021. Vol. 37. No. 1. P. 388–427.
- [7] Баженов А.Н., Жилин С.И., Кумков С.И., Шарый С.П. Обработка и анализ данных с интервальной неопределенностью [Электронный документ]. Режим доступа URL: <https://cdn.website-editor.net/cef40558e07d4eef8c29b78a5945738a/files/uploaded/Metodika-26.III.2021.pdf>. 2021.
- [8] Никульчев Е.В., Червяков А.А. Построение робастных интервальных моделей прогнозирования динамики структурно-сложной системы // *Труды НГТУ им. П.Е. Алексеева*. 2023. № 1. С. 33–41.
- [9] Park M.H., Lee J.S., Doo I.C. A Study of the Demand Forecasting Model for Publishing Business using Business Analysis // *International Journal of Computing and Digital Systems*. 2020. Vol. 9. No. 5. P. 1–12.
- [10] Zhou M., Wang B., Guo, S., Watada J. Multi-objective prediction intervals for wind power forecast based on deep neural networks // *Information Sciences*. 2021. Vol. 550. P. 207–220.
- [11] Zhang Z., Ye L., et al. Wind speed prediction method using shared weight long short-term memory network and Gaussian process regression // *Applied energy*. 2019. Vol. 247. P. 270–284.
- [12] Ghimire S., Deo R.C., Wang H. Al-Musaylh M.S., Casillas-Pérez D., Salcedo-Sanz S. Stacked LSTM sequence-to-sequence autoencoder with feature selection for daily solar radiation prediction: a review and new modeling results // *Energies*. 2022. Vol. 15. No. 3. P. 1061.
- [13] Guan Y., Li D., Xue S., Xi Y. Feature-fusion-kernel-based Gaussian process model for probabilistic long-term load forecasting // *Neurocomputing*. 2021. Vol. 426. P. 174–184.
- [14] Никульчев Е.В., Петрушин В.Н., Мальгин Е.О., Трубочкин А.А., Чертихина И.А. Вероятностно-интервальный подход к анализу данных // *Вестник РГРТУ*. 2011. № 38. С. 112–115.
- [15] Петрушин В.Н., Никульчев Е.В., Чертихина И.А. Эмпирическая оценка интервальных решений // *Известия вузов. Проблемы полиграфии и издательского дела*. 2011. № 6. С. 051–063
- [16] Khosravi A., Nahavandi S., Creighton D., Atiya A.F. Lower upper bound estimation method for construction of neural network-based prediction intervals // *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*. 2011. Vol. 22. No. 3. P. 337–346.
- [17] Quan H., Srinivasan D., Khosravi A. Short-term load and wind power forecasting using neural network-based prediction intervals // *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*. 2014. Vol. 25. No. 2. P. 303–315.
- [18] Zhang G., Wu Y., Wong K. P., Xu Z., Dong Z.Y., Iu H.H.C. An advanced approach for construction of optimal wind power prediction intervals // *IEEE Transactions on Power Systems*. 2014. Vol. 30. No. 5. P. 2706–2715.
- [19] Taormina R., Chau K.W. ANN-based interval forecasting of streamflow discharges using the LUBE method and MOFIPS // *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2015. Vol. 45. P. 429–440.
- [20] Zhang C., Wei H., Xie L., Shen Y., Zhang K. Direct interval forecasting of wind speed using radial basis function neural networks in a multi-objective optimization framework // *Neurocomputing*. 2016. Vol. 205. P. 53–63.
- [21] Arora P., Jalali S.M.J., Ahmadian S., Panigrahi B.K., Suganthan P., Khosravi A. Probabilistic wind power forecasting using optimised deep auto-regressive recurrent neural networks // *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*. 2023. Vol. 20. P. 271–284.
- [22] Никульчев Е.В. Геометрический подход к моделированию нелинейных систем по экспериментальным данным. М., 2007.
- [23] Никульчев Е.В. Идентификация динамических систем на основе симметрий реконструированных аттракторов. М., 2010.

Robust Interval Time Series Forecasting

A.A. Chervyakov, E.V. Nikulchev

Abstract—Time series forecasting is used in many practical problems and occupies a prominent place in scientific research in various fields. The article considers a robust approach to forecasting time series in the form of intervals. The analysis of existing approaches is carried out. It is shown that classical methods, such as autoregressive or stochastic models, use not only point estimates, but also confidence intervals. However, the result of a classical prediction is points, while in interval prediction the solution is ranges of values. An important distinguishing feature of the interval forecast from confidence probabilities is the assessment of the quality of solutions. In the approach under consideration, the size of the interval is controlled not by the level of significance, but by specially introduced criteria. The main types of criteria for evaluating interval solutions and the features of their use are considered. The use of forecast in the form of intervals provides a decrease in the degree of uncertainty in the data and the robustness of the model in terms of output, but at the same time, the accuracy of the forecast is blurred. The paper considers a technique for the series portfolio management strategy based on a robust interval forecast using standard models. The results obtained testify to the effectiveness and prospects of the development of the theory of interval time forecasting and the practice of its application for various applications.

Keywords—prediction intervals, time series, interval, portfolio management.

REFERENCES

- [1] Z. Liu, J. Liu, "A robust time series prediction method based on empirical mode decomposition and high-order fuzzy cognitive maps," *Knowledge-Based Systems*, vol. 203, p. 106105, 2020.
- [2] G. Box, G. Jenkins, G. Reinsel, "Time series analysis: forecasting and control. Forecasting and control series," Prentice Hall, 1994.
- [3] R. Hyndman, A. Koehler, K. Ord, R.D. Snyder, "Forecasting with exponential smoothing. The state space approach," Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [4] R.J. Hyndman, "A brief history of forecasting competitions," *International Journal of Forecasting*, vol. 36, no. 1, p. 7–14, 2020.
- [5] L.G. Marín, N. Cruz, D. Sáez, M. Sumner, A. Núñez, "Prediction interval methodology based on fuzzy numbers and its extension to fuzzy systems and neural networks," *Expert Systems with Applications*, vol. 119, p. 128–141, 2019.
- [6] H. Hewamalage, C. Bergmeir, K. Bandara, "Recurrent neural networks for time series forecasting: Current status and future directions," *International Journal of Forecasting*, vol. 37, no. 1, p. 388–427, 2021.
- [7] Bazhenov A.N., Zhilin S.I., Kumkov S.I., Shary S.P. Processing and analysis of data with interval uncertainty: https://cdn.website-editor.net/cef40558e07d4eef8c29b78a5945738a/files/uploaded/Meto_dika-26.III.2021.pdf. 2021.
- [8] E.V. Nikulchev, A.A. Chervyakov, "Construction of robust interval models for predicting the dynamics of a structural complex system," *Trudy NNSTU im. R.E. Alekseev*, no. 1, p. 33–41, 2023.
- [9] M.H. Park, J.S. Lee, I.C. Doo, "A Study of the Demand Forecasting Model for Publishing Business using Business Analysis," *International Journal of Computing and Digital Systems*, vol. 9, no. 5, p. 1–12, 2020.
- [10] M. Zhou, B. Wang, S. Guo, J. Watada, "Multi-objective prediction intervals for wind power forecast based on deep neural networks," *Information Sciences*, vol. 550, p. 207–220, 2021.
- [11] Z. Zhang, L. Ye, et al., "Wind speed prediction method using shared weight long short-term memory network and Gaussian process regression," *Applied energy*, vol. 247, p. 270–284, 2019.
- [12] S. Ghimire, R.C. Deo, H. Wang, M.S. Al-Musaylh, D. Casillas-Pérez, S. Salcedo-Sanz, "Stacked LSTM sequence-to-sequence autoencoder with feature selection for daily solar radiation prediction: a review and new modeling results," *Energies*, vol. 15, no. 3, p. 1061, 2022.
- [13] Y. Guan, D. Li, S. Xue, Y. Xi, "Feature-fusion-kernel-based Gaussian process model for probabilistic long-term load forecasting," *Neurocomputing*, vol. 426, p. 174–184, 2021.
- [14] E.V. Nikulchev, V.N. Petrushin, E.O. Malygin, A.A. Trubochkin, I.A. Chertikhina, "Probabilistic-interval approach to data analysis," *Vestnik RGRU*, no. 38, p. 112–115, 2011.
- [15] V.N., Petrushin E.V., Nikulchev I.A. Chertikhina, "Empirical evaluation of interval solutions," *Izvestiya vuzov. Problems of printing and publishing*, no. 6, p. 051–063, 2011.
- [16] A. Khosravi, S. Nahavandi, D. Creighton, A.F. Atiya, "Lower upper bound estimation method for construction of neural network-based prediction intervals," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 22, no. 3, p. 337–346, 2011.
- [17] H. Quan., D. Srinivasan, A. Khosravi, "Short-term load and wind power forecasting using neural network-based prediction intervals," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 25, no. 2, p. 303–315, 2014.
- [18] G. Zhang, Y. Wu, K.P. Wong, Z. Xu, Z.Y. Dong, H.H.C. Iu, "An advanced approach for construction of optimal wind power prediction intervals," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 5, p. 2706–2715, 2014.
- [19] R. Taormina, K.W. Chau, "ANN-based interval forecasting of streamflow discharges using the LUBE method and MOFIPS," *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 45, p. 429–440, 2015.
- [20] C. Zhang, H. Wei, L. Xie, Y. Shen, K. Zhang, "Direct interval forecasting of wind speed using radial basis function neural networks in a multi-objective optimization framework," *Neurocomputing*, vol. 205, p. 53–63, 2016.
- [21] P. Arora, S.M.J. Jalali, S. Ahmadian, B.K. Panigrahi, P. Suganthan, A. Khosravi, "Probabilistic wind power forecasting using optimised deep auto-regressive recurrent neural networks," *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 20, p. 271–284, 2023.
- [22] Nikulchev E.V. Geometric approach to the modeling of nonlinear systems from experimental data. M., 2007.
- [23] Nikulchev E.V. Identification of dynamical systems based on the symmetries of the reconstructed attractors. M., 2010.

About authors

A.A. Chervyakov, Federal Treasury of the Ministry of Finance of Russia, Moscow (e-mail: achervyakov@roskazna.ru).

E.V. Nikulchev, Professor of the Russian Academy of Education, Professor of MIREA - Russian Technological University, Moscow (e-mail: nikulchev@mail.ru)