Поиск профиля потока тепла и массовой скорости газа в цилиндрическом канале

Анатолий А. Садков, Василий Н. Попов

***Аннотация* — Рассматриваются вопросы моделирования движения разряженного газа в цилиндрическом канале. За основу исследования взято уравнение Больцмана, позволяющее исследовать различные параметры газа. Исследование уравнения Больцмана с граничным условием Максвелла позволяет сформировать алгоритм математической модели для формирования детализированных данных о профиле потоков тепла и массовой скорости газа в цилиндрическом канале в соответствии со свойствами среды. Основа выбора численных методов решения задачи по заданному алгоритму существенно влияет на точность поиска детализированных данных, «узкими» местами в данном алгоритме являются расчет значений обратной матрицы и интеграла, где происходит выбор того или иного метода поиска значений в узлах сетки для формирования итогового результирующего значения или набора значений. Расчет детализированных данных по сформулированному алгоритму был разработан в среде разработки программного обеспечения Microsoft Visual Studio 2017, а сам алгоритм описан с помощью языка программирования C++. Реализация расчетов происходила с использованием различных симуляций как с использованием последовательного набора действий, т.е. линейного программирования, так и параллельного программирования на процессоре/видеокарте, для выявления разницы расчетов по времени и ускорения получения результирующих данных. Для точности расчета итоговых детализированных данных с точностью до пяти знаков после запятой для поиска значения интеграла использовался метод Симпсона, для нахождения значений обратной матрицы использовался метод LU-разложения.**

***Ключевые слова* — уравнение Больцмана, поток тепла, поток массовой скорости.**

I. Введение

Математическое моделирование процессов, протекающих в микро и наноканалах технических систем, в силу большого числа практических приложений представляют особо важную в прикладном значении область исследования. Особая роль в исследованиях, проводимых в последние десятилетия в области динамики разреженного газа, связана с развитием микропроцессорной техники, химических технологий, микро и наноэлектронных механических систем.

Основой для исследования физико-математических процессов в нефтегазовой отрасли, являются технологии, описывающие с максимальной точностью свойств системы. Исследование таких процессов приводит к детальному моделированию модели керна. Задача создания модели керна приводит к необходимости многомасштабного моделирования процессов диффузии флюидов и газов с созданием базы данных, например, коэффициентов диффузии в порах, проницаемости керна по газу, запас жидкости в керне.

Начала работы в данной области описано в работах Черчиньяни, Данери, Боффи, де Социо, Гаффури и Пескаторе, Лоялка, Петреллис, Сторвик и Сиверт, Гарсия и Гранжан [1, 2, 3], использовали различные аналитические и вычислительные методы для создания точных численных результатов для задачи о течении Пуазейля.

Цель данного исследования – исследование уравнения Больцмана для поиска потоков тепла и массы в цилиндрическом канале.

Научная значимость ожидаемых результатов проекта определяется необходимостью разработки новых нелинейных математических моделей, более точно описывающих реально происходящие процессы, и методов их исследования. Предполагается, что при выполнении проекта будут использоваться новые методы аналитического решения интегро-дифференциальных уравнений. К таким методам относится метод гидродинамики сглаженных частиц, который позволяет исследовать развитие системы, а также взаимодействие атомов с течением времени. Область применения теории молекулярной динамики позволяет сформировать набор правил и законов, использование которых зависит непосредственно от численных методов и технических средств.

Практическая значимость ожидаемых результатов определяется возможными приложениями исследуемых нелинейных математических моделей в газодинамических задачах современной физики, аэродинамики, медицины и ряда других разделов науки. Планируемые результаты соответствуют мировому уровню.

[1]Статья получена 22 ноября 2020. Работа представляет собой результат научного исследования по тематике диссертации.

Садков Анатолий Александрович – аспирант Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова (e-mail: himikusus10@gmail.com).

Попов Василий Николаевич - д.ф.-м.н., профессор Северного (Арктического) федерального университета имени М.В. Ломоносова (e-mail: v.popov@narfu.ru).

II. МЕТОДОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА ДЛЯ ПОИСКА ПОТОКОВ ТЕПЛА И МАССЫ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

Основным инструментом в исследовании служит математический аппарат, а именно преобразование уравнения, представляющего модель распределения молекул газа с использованием численных методов, для изучения течения разреженного газа внутри цилиндрического канала.

Согласно методике исследования [5], использовалась модель, представляющая собой кинетическое уравнения Больцмана, которое имеет вид:

$$C_x \frac{\partial f}{\partial x} + C_y \frac{\partial f}{\partial y} + C_z \frac{\partial f}{\partial z} = 0, \quad (1)$$

где $C = \beta^{1/2} v$ – скорость молекул газа, $\beta = \frac{m}{(2k_B T_0)}$

k_B – постоянная Больцмана, m – масса молекулы газа, T_0 – температура газа в начале системы координат.

Учитывая, что модель должна описывать течение разреженного газа в цилиндрическом канале, в качестве граничного условия на стенках канала воспользуемся условием Максвелла:

$$f(\mathrm{r},\mathbf{C}) = f_0(C)(1 + G_p z + h(x,y,\mathrm{C}))$$

$f\ (r,\mathbf{C})$ – линеаризуем локально равновесная функция распределения:

где $h(x,y,\mathrm{C})$ – линейная функция возмущения молекул газа имеющая вид:

$$h(x,y,\mathrm{C}) = C_z G_p Z(x,y,C_\perp,\varphi).$$

$G_p = T_p^{-1} dP/dz$ – градиент температуры.

В качестве неизвестной функции $Z(x,y,C_\perp,\varphi)$ возьмем функцию с граничным условием [7]:

$$Z(x,y,C_\perp,\varphi) = -\frac{x}{C_\perp \cos\varphi} + \frac{x_s(x,y,\varphi)}{\alpha_w C_\perp}\left(\frac{1}{\cos\varphi} - \frac{1-\alpha_w}{\cos\varphi^*}\right)H_+(\mathrm{nC}) +$$

$$+\frac{x_s(x,y,\varphi^*)}{C_\perp \alpha_w}\left(\frac{1}{\cos\varphi^*} - \frac{1-\alpha_w}{\cos\varphi}\right)H_+(-\mathrm{nC}), \quad (2)$$

где H_+ – ступенчатая функция Хэвисайда.

Вектор потока массовой скорости газа $u_z = u_z(x,y)$ и вектор потока тепла $q_z = q_z(x,y)$ вычисляются исходя из функции распределения:

$$q_z(x,y) = \frac{m}{2}\int (\mathrm{v}_z - u_z(x,y))\,|\,\mathrm{v} - \mathrm{u}(x,y)|^2\ f(\mathrm{r},\mathrm{v})d^3\mathrm{v},$$

$$u_z(x,y) = \frac{1}{n(z)}\int \mathrm{v}_z f(\mathrm{r},\mathrm{v})d^3\mathrm{v}.$$

Исходя из [7], безразмерные компоненты векторов потока тепла и массовой скорости газа будут равны соответственно:

$$q_z(x,y) = \frac{\beta^{1/2}}{p_0} q'_z(x,y),$$

$$U_z(x,y) = \beta^{1/2} u_z(x,y) \quad (3)$$

Приведенный поток тепла и поток массовой скорости газа исходя из [10] и (3) примут вид:

$$J_Q = \frac{2\beta^{1/2}}{\pi a b p_0}\int_{-b}^{b} dy \int_{-a\sqrt{1-y^2/b^2}}^{a\sqrt{1-y^2/b^2}} q_z(x,y)dx,$$

$$J_M = \frac{m n_0}{\pi a b \beta^{1/2} p_0}\int_{-b}^{b} dy \int_{-a\sqrt{1-y^2/b^2}}^{a\sqrt{1-y^2/b^2}} u_z(x,y)dx,$$

где n_0, p_0 – концентрация и давление газа в начале координат,

Подставляя построенную функцию распределения (2) в выражения для компонент вектора потока тепла и массовой скорости газа в канале (3), получим:

$$J_Q = 4\int_0^1 q_z(\rho)\rho d\rho, \quad J_M = 4\int_0^1 U_z(\rho)\rho d\rho \quad (4)$$

Используя ряд численных преобразований к сеточному виду, а именно преобразования уравнения к виду уравнения в квадратурных точках, можно в зависимости от выбранного метода поиска необходимых узловых значений, а именно собственных значений матриц изменять точность расчетных показателей, а именно придя к решению уравнения методом дискретных ординат [7]:

$$U_{z,j}(\rho^*) = 4\,\mathrm{P}_1(\rho^*)\mathrm{A}_1^{(j)}, \quad j = 1{,}2$$

$$q_{z,j}(\rho^*) = 4\left(\mathrm{P}_3(\rho^*) - \frac{5}{2}\mathrm{P}_1(\rho^*)\right)\mathrm{A}_1^{(j)} + 4\,\mathrm{P}_1(\rho^*)\mathrm{A}_2^{(j)} \quad (5)$$

В зависимости от начальных значений n_1 и n_2 находим значения точек коллокации:

$$\rho^*_{\kappa 1} = x_{1,k}, \quad \zeta_{k2} = x_{2,k}$$

$$x_{i,k} = \cos\left(\frac{\pi(2n_i - 2k_i + 1)}{2(n_i + 1)}\right), \quad k_i = \overline{0,n_i}, \quad i = 1{,}2$$

$$(\mathrm{P}_i)_{1,n_2' n_3' j_1 + j_3 + 1}(\rho^*) = (\mathrm{T}_1)_{1,j_1+1}(\rho^*) I_{i,j_3}, \quad j_k = \overline{0,n_k}, k = 1{,}3$$

$\mathrm{T}_1(\rho^*)$ – матрица-строка, элементами которой являются полиномы Чебышева $\{\mathrm{T}_i(\rho^*)\}$:

$$\mathrm{T}_k = \mathrm{T}_{1\times n_k'}, \ \mathrm{T}_{1\times n}(x) = (T_0(x) T_1(x) \ldots T_n(x)), \quad (6)$$

где $n_k' = n_k + 1 (k = \overline{1,2})$.

Для определения полиномов $\mathrm{T}_i(x)$ в (6) применяем руккуретные соотношения:

$$\mathrm{T}_0(x) = 1, \ \mathrm{T}_1(x) = x, \ \mathrm{T}_i(x) = 2x\mathrm{T}_{i-1}(x) - \mathrm{T}_{i-2}(x), \ i > 2$$

$$2I_{ij3} = \int_0^{+\infty} \exp(-C_\perp^2) C_\perp^i T_{j3}(C_\perp^*) dC_\perp$$

В соответствии с (5) и [5] формируем систему уравнений (неизвестными являются матрицы-столбцы $\mathrm{A}_k^{(j)}$ (j,k=1,2):

$$\mathrm{A}^{(j)}_{k n_1' n_2' n_3' \times 1} = \left(a_{000}^{(k,j)} a_{001}^{(k,j)} \ldots a_{n_1 n_2 0}^{(k,j)} a_{n_1 n_2 1}^{(k,j)} \ldots a_{n_1 n_2 n_3}^{(k,j)}\right)^{\mathrm{T}}$$

$$\Lambda_{1,i}(\rho^*,\zeta)\mathrm{A}_1^{(j)} + \Lambda_{2,i}(\rho^*)\mathrm{A}_2^{(j)} = b_{1,j}^{(j)}, i = \overline{0,n_3}, \ j = 1{,}2;$$

$$\Delta_{1,i}(\rho^*)\mathrm{A}_1^{(j)} + \Delta_{2,i}(\rho^*,\zeta)\mathrm{A}_2^{(j)} = b_{2,j}^{(j)}, i\overline{0,n_3}, i = 1{,}2;$$

с граничными условиями:

$$\Omega_1(1,\zeta)\mathrm{A}_k^{(j)} = 0, \quad \zeta < 0, i = \overline{0,n_3}, \ j = 1{,}2. \quad b_{1,i}^{(1)} = -\mathrm{I}_{i,0}/2,$$

$$b_{2,i}^{(1)} = -3\mathrm{I}_{i,0}/4, \ b_{1,i}^{(2)} = (\mathrm{I}_{i,0} - \mathrm{I}_{i+2,0})/2, \ b_{2,i}^{(2)} = -3\mathrm{I}_{i+2,}/4.$$

Для каждого из значений j (j=1,2) можно сформулировать систему линейных алгебраических $n_1' n_2' n_3'$-уравнений, в которых уравнения с $\rho^* = \rho^*_{n1}$ и $\zeta = \zeta_{k_2}$ на необходимо заменить, исходя из граничного условия $A_1^{(j)}$ со значениями переменных $\rho^* = 1$ и

$\zeta = \zeta_{k_2}$ $\left(k_2 = \overline{0,k_2'}\right)$. k_2'-индекс, такой что $\zeta_{k_2'} < 0$ и $\zeta_{k_2'+1} \geq 0$, т.е. $k_2' = n_2/2-1$, если n_2-четное, и $k_2' = (n_2-1)/2$ иначе. Таким образом, система примет вид:

$$L_1 \mathrm{A}_1^{(j)} + L_2 \mathrm{A}_2^{(j)} = F_{1,j},$$
$$D_1 \mathrm{A}_1^{(j)} + D_2 \mathrm{A}_2^{(j)} = F_{2,j}.$$

Поиск значений матриц $\mathrm{A}_k^{(j)}$ сводится к решению уравнения:

$$\left(L_1 - L_2 D_2^{-1} D_1\right)\mathrm{A}_1^{(j)} = F_{1,j} - L_2 D_2^{-1} F_{2,j} \qquad (7)$$

Формируем матрицы $\Lambda_{1,i}\left(\rho^*,\zeta\right)$, $\Lambda_{2,i}\left(\rho^*\right)$, $\Delta_{1,i}\left(\rho^*\right)$, $\Delta_{2,i}\left(\rho^*,\zeta\right)\left(i=\overline{0,n_3}\right)$ размером $1 \times n_1' n_2' n_3'$ как:

$$\Lambda_{1,i}\left(\rho^*,\zeta\right) = \Psi_1\left(\rho^*,\zeta\right)W_2' + \Psi_2\left(\rho^*,\zeta\right)W_{i+1}' +$$
$$+\frac{4}{3}\delta \mathrm{P}_1\left(\rho^*\right)\left(I_{i+2,0} - 4I_{i,0}\right) + \frac{8}{15}\delta \mathrm{P}_3\left(\rho^*\right)\left(I_{i,0} - I_{i+2,0}\right),$$

$$\Lambda_{2,i}\left(\rho^*\right) = \frac{8}{15}\delta\left(I_{i,0} - I_{i+2,0}\right)\mathrm{P}_1\left(\rho^*\right),$$

$$\Delta_{1,i}(\rho^*) = 2\delta \mathrm{P}_1\left(\rho^*\right)\left(I_{i+2,0} - 3I_{i,0}\right) - \frac{4}{5}\delta \mathrm{P}_3\left(\rho^*\right)I_{i+2,0},$$

$$\Delta_{2,i}\left(\rho^*,\zeta\right)W_i' + \Psi_2\left(\rho^*,\zeta\right)W_{i+1}' - \frac{4}{5}\delta \mathrm{P}_1\left(\rho^*\right)I_{i+2.0}.$$

Для $\zeta < 0$ формируем матрицы $\Omega_i(1,\zeta)\left(i = \overline{0,n_3}\right)$ размером $1 \times \left[n_2'/2\right]n_3'$ ($\left[n_2'/2\right]$-целая часть от числа $n_2'/2$) как $\Omega_i(1,\zeta) = \mathrm{T}_1(1)\left(Q(\zeta) - (1-\alpha)Q(-\zeta)\right)W_i'$.

Формируем матрицы $\Psi_1\left(\rho^*,\zeta\right)(l=1{,}2)$ размером $1 \times n_1' n_2'$ как:

$$\Psi_1\left(\rho^*,\zeta\right) = \delta \mathrm{T}_1\left(\rho^*\right)Q(\zeta),$$
$$\Psi_2\left(\rho^*,\zeta\right) = 2\zeta \mathrm{T}_1\left(\rho^*\right)J_1 Q(\zeta) + \frac{2\left(1-\zeta^2\right)}{\rho^*+1}\mathrm{T}_1\left(\rho^*\right)Q'(\zeta).$$

Формируем блочно-диагональные матрицы W_i' размером $n_1' n_2' \times n_1' n_2' n_3'$ как $W_i' = diag\left(\mathrm{I}_i, \mathrm{I}_i \ldots \mathrm{I}_i\right), i = \overline{0, n_3+2}$, $Q(\zeta)$ и $Q'(\zeta)$- блочно-диагональные матрицы размером $n_1' \times n_1' n'$:

$$Q(\zeta) = diag\left(\mathrm{T}_2(\zeta), \mathrm{T}_2(\zeta), \ldots \mathrm{T}_2(\zeta)\right),$$
$$Q'(\zeta) = diag\left(\mathrm{T}_2(\zeta)J_2, \mathrm{T}_2(\zeta)J_2, \ldots \mathrm{T}_2(\zeta)J_2\right).$$

Подставляя (пункт 4-6) в (7) получим искомые значения матрицы $\mathrm{A}_k^{(j)}$(j,k=1,2). Подставляем (5) и (пункт 2) в (4) получим выражения для вектора потока тепла и вектора потока массовой скорости газа в канале соответствующие исходному выражению (3):

$$J_{\mathrm{M},j} = 4\int_{-1}^{1}\mathrm{P}_1\left(\rho^*\right)\left(\mathrm{T}_0\left(\rho^*\right) + \mathrm{T}_1\left(\rho^*\right)\right)d\rho^* \mathrm{A}_1^{(j)} =$$
$$= 8\sum_{i_3=0}^{n_3}\mathrm{I}_{1,i_3}\left(\sum_{i_1=0}^{[n_1/2]}\frac{a^{(j)}_{1;2n_2'n_3'i_1+i_3+1,1}}{1-4i_1^2} + \sum_{i_1=0}^{[n_1/2]-1}\frac{a^{(j)}_{1;n_2'n_3'(2i_1+1)+i_3+1,1}}{4-\left(2i_1+1\right)^2}\right)$$

$$J_{Q,j} = 8\sum_{i_3=0}^{n_3}\mathrm{I}_{3,i_3}\left(\sum_{i_1=0}^{[n_1/2]}\frac{a^{(j)}_{1;2n_2'n_3'i_1+i_3+1,1}}{1-4i_1^2} + \sum_{i_1=0}^{[n_1/2]-1}\frac{a^{(j)}_{1;n_2'n_3'(2i_1+1)+i_3+1,1}}{4-\left(2i_1+1\right)^2}\right) +$$
$$+8\sum_{i_3=0}^{n_3}\mathrm{I}_{1,i_3}\left(\sum_{i_1=0}^{[n_1/2]}\frac{a^{(j)}_{1;2n_2'n_3'i_1+i_3+1,1}}{1-4i_1^2} + \sum_{i_1=0}^{[n_1/2]-1}\frac{a^{(j)}_{1;n_2'n_3'(2i_1+1)+i_3+1,1}}{4-\left(2i_1+1\right)^2}\right) - \frac{5}{2}J_{\mathrm{M},j}$$

Была выбран LU-метод поиска собственных значений $\mathrm{A}_k^{(j)}$ (7) исходя из внешнего вида промежуточной матрицы. Результаты поиска компонент вектора потока тепла и вектора потока массовой скорости газа были представлены значениями с точностью до пяти цифр.

III. Результаты

По результатам программных симуляций были получены значения потока массовой скорости газа J_Q и скорости потока тепла J_M. Полученные результаты были подвергнуты статистической обработке. Результаты расчета параметров представлены в таблицах 1-3.

Таблица 1 – Профиль массовой скорости газа и скорости потока тепла для канала половина толщины которого *a* =0,6.

alpha=0.6				
delta=1				
N1	N2	N3	Jm	Jq
10	5	5	0.000002759	1.240693762
5	5	10	2.720258838	0.484595045
5	10	5	2.736843376	0.487431466
10	6	6	2.740152318	0.489692890
6	10	6	0.000000951	0.000000315
16	8	8	2.736299620	0.489033171
18	9	9	2.731946679	0.488111415
delta=2				
N1	N2	N3	Jm	Jq
10	5	5	3.241320625	5.6995867285
5	5	10	2.879624371	0.3201901985
5	10	5	3.260673332	5.7316430788
10	6	6	2.911080383	0.3258383482
6	10	6	3.259508317	5.7304700923
16	8	8	2.905684807	0.3255060873
18	9	9	2.898850556	0.3248122083

Таблица 2 – Профиль массовой скорости газа и скорости потока тепла для канала половина толщины которого *a* =0,8.

alpha=0.8				
delta=1				
N1	N2	N3	Jm	Jq
10	5	5	0.000002619	1.0919045043
5	5	10	1.944932493	0.4352208716
5	10	5	0.000003921	1.0908799789

10	6	6	1.955873467	0.4392006330
6	10	6	0.000000951	0.0000003153
16	8	8	1.953942927	0.4387497701
18	9	9	1.951901555	0.4381799482
delta=2				
N1	N2	N3	Jm	Jq
10	5	5	2.391610290	4.2363403203
5	5	10	2.127644209	0.3090292538
5	10	5	0.000002261	0.0000086702
10	6	6	2.144535795	0.3138222952
6	10	6	0.000000582	0.0000013291
16	8	8	2.141849788	0.3135627470
18	9	9	2.138732769	0.3130827279

Таблица 3 – Профиль массовой скорости газа и скорости потока тепла для канала половина толщины которого a =1.

alpha=1				
delta=1				
N1	N2	N3	Jm	Jq
10	5	5	1.473980410	0.3960033186
5	5	10	1.471451269	0.3941052049
5	10	5	1.477182794	0.3955352460
10	6	6	1.478192283	0.3972932069
6	10	6	0.000000951	0.0000003153
16	8	8	1.477139476	0.3969900364
18	9	9	1.476078873	0.3966307704
delta=2				
N1	N2	N3	Jm	Jq
10	5	5	1.875986347	3.3506121458
5	5	10	1.670418408	0.2990379795
5	10	5	1.882013748	3.3594516829
10	6	6	1.680370696	0.3031146903
6	10	6	0.000000582	0.0000013291
16	8	8	1.678940374	0.3029236544
18	9	9	1.677399211	0.3025989654

Вычисляя значения для формирования таблиц значений необходимых параметров, использовалась среда разработки программного обеспечения Microsoft Visual Studio 2017, а сам алгоритм описан с помощью языка программирования C++. Реализация расчетов происходила с использованием различных симуляций как с использованием параллельного программирования на процессоре/видеокарте, так последовательного набора действий, для тестирования.

Заключение

Метод дискретных скоростей используемый для решения задач о передаче излучения на основе некогерентной модели рассеяния, включающий некоторые поляризационные эффекты, использован для решения нескольких двухвекторных задач в динамике разреженного газа, где рассматриваются совместные эффекты связи температуры и плотности.

Скорость и точность расчетов зависят от выбранной методологии расчет группы задач динамики распределения разреженного газа, а также от технических средств и алгоритмов формирующих выходные данные на этапе расчета алгоритма численными методами с помощью программ или математических пакетов.

Вычисляя значения для формирования таблиц значений необходимых параметров, использовалась среда разработки программного обеспечения Microsoft Visual Studio 2017, а сам алгоритм описан с помощью языка программирования C++. Реализация расчетов происходила с использованием различных симуляций как с использованием параллельного программирования на процессоре/видеокарте, так последовательного набора действий, для тестирования.

Библиография

[1] Barichello, L. B. A Discrete-Ordinates Solutions for Poiseuille Flow in a Plane Channel / L. B. Barichello, C. E. Siewert // Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik. 1999. – V. 50. – p. 972-981.

[2] Barichello, L. B. Unified solutions to classical flow problems based on the BGK model / L. B. Barichelloet al. // Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik. 2001 – V.-52. – p. 517-534.

[3] Siewert, C. E. Poiseuille, Thermal Creep and Couette Flow: Results Based on the CES Model Linearized Boltzmann Equation / C. E. Siewert // European Journal of Mechanics B/Fluids, 2002. – V. 21. – p. 579-597.

[4] Siewert, C. E. Model equations in rarefied gas dynamics: viscous-slip and thermal-slip coefficients / C. E. Siewert, F. Sharipov // Phys. Fluids, 2002. – V. 14. No 12. – p. 4123-4129.

[5] Siewert, C. E. The linearized Boltzmann Equation: Concise and Accurate Solutions to Basic Flow Problems / C. E. Siewert // Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik, 2003. – V. 54. – p. 273-303.

[6] О.В. Гермидер, Аналитическое решение задачи пуазейля в прямом эллиптическом цилиндре с зеркально-диффузным граничным условием на стенках / О.В. Гермидер, В.Н. Попов // Физический вестник высшей школы естественных наук и технологий САФУ. – 2017. – С. 3-11.

[7] Гермидер О.В. Математическое моделирование процессов тепло- и массопереноса в цилиндрическом канале в зависимости от коэффициента аккомодации тангенциального импульса/О.В. Гермидер, В.Н. Попов//Журнал технической физики. -2017. – Т. 87. № 11. – С. 1603-1608.

[8] Гермидер О.В. Потоки тепла и массы при неполной аккомодации молекул разреженного газа стенками эллиптического канала/О.В. Гермидер, В.Н. Попов//Изв. РАН. МЖГ. – 2017. – № 5. – С. 103-109.

Search for the heat flow profile and gas mass velocity in a cylindrical channel

Anatoliy A. Sadkov, Vasiliy N. Popov

Annotation — **Problems of modeling the movement of a rarefied gas in a cylindrical channel are considered. The study is based on the Boltzmann equation, which makes it possible to study various gas parameters. The study of the Boltzmann equation with the Maxwell boundary condition makes it possible to form an algorithm of a mathematical model for the formation of detailed data on the profile of heat fluxes and the mass velocity of gas in a cylindrical channel in accordance with the properties of the environment. The basis for the choice of numerical methods for solving the problem according to a given algorithm significantly affects the accuracy of searching for detailed data, the «bottlenecks» in this algorithm are the calculation of the values of the inverse matrix and the integral, where one or another method of searching for values in grid nodes is selected to form the final resulting value or set of values. The calculation of detailed data according to the formulated algorithm was developed in the Microsoft Visual Studio 2017 software development environment, and the algorithm itself is described using the C ++ programming language. The calculations were carried out using various simulations as using a sequential set of actions, i.e. linear programming and parallel programming on a processor / video card, to identify the difference in calculations in time and accelerate the receipt of the resulting data. For the accuracy of calculating the final detailed data with an accuracy of five decimal places, the Simpson method was used to find the value of the integral, and the LU-expansion method was used to find the values of the inverse matrix.**

Key words — **Boltzmann equation, heat flux, mass velocity flux.**

REFERENCES

[1] Barichello, L. B. A Discrete-Ordinates Solutions for Poiseuille Flow in a Plane Channel / L. B. Barichello, C. E. Siewert // Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik. 1999. – V. 50. – p. 972-981.
[2] Barichello, L. B. Unified solutions to classical flow problems based on the BGK model / L. B. Barichelloet al. // Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik. 2001 – V.-52. – p. 517-534.
[3] Siewert, C. E. Poiseuille, Thermal Creep and Couette Flow: Results Based on the CES Model Linearized Boltzmann Equation / C. E. Siewert // European Journal of Mechanics B/Fluids, 2002. – V. 21. – p. 579-597.
[4] Siewert, C. E. Model equations in rarefied gas dynamics: viscous-slip and thermal-slip coefficients / C. E. Siewert, F. Sharipov // Phys. Fluids, 2002. – V. 14. No 12. – p. 4123-4129.
[5] Siewert, C. E. The linearized Boltzmann Equation: Concise and Accurate Solutions to Basic Flow Problems / C. E. Siewert // Zeitschrift fur Angewandte Mathematic und Physik, 2003. – V. 54. – p. 273-303.
[6] Germinder, O.V. An analytic solution of the poiseuille problem in a direct elliptic cylinder with a mirror-diffusive boundary condition on the walls / O.V. Germinder, V.N. Popov // Физический вестник высшей школы естественных наук и технологий САФУ. – 2017. – p. 3-11.
[7] Germinder, O.V. Mathematical simulation of heat and mass transfer in a cylindrical channel versus the tangential momentum accommodation coefficient / O.V. Germinder, V.N. Popov // Technical physics. the russian journal of applied physics. - 2017. – Т. 87. № 11. – p. 1605-1610.
[8] Germinder, O.V. Heat and mass fluxes upon incomplete accommodation of rarefied gas molecules by the walls of an elliptic channel / O.V. Germinder, V.N. Popov //Изв. РАН. МЖГ. – 2017. – № 5. – С. 103-109.